

Cátedra: **ESTRUCTURAS – NIVEL 4**

Taller: VERTICAL III – DELALOYE - NICO - CLIVIO

Guía de Estudio N°3: Láminas Plegadas

Curso 2008

Elaboró: Profesor Ing. Horacio A. Delaloye

Revisión:

Fecha: 2008

LAMINAS PLEGADAS

La presente guía de estudio, tiene por objeto familiarizar al alumno con la tipología estructural “Láminas Plegadas”, sus tipologías, conocimientos básicos sobre el funcionamiento estructural, aplicaciones y predimensionado.

1. Introducción

Las láminas plegadas son estructuras de tipo espacial que trabajan básicamente por forma, similares a las envolturas cilíndricas.

Podemos pensar que cualquier forma que se consiga por el plegado de una lámina plana es una lámina plegada, de aquí su denominación.

Existen diversos tipos, que se pueden encuadrar en una variedad muy amplia de aplicaciones estructurales, dentro de las comúnmente utilizadas en la construcción de cubiertas para los edificios tenemos las diédricas (de dos planos) y las poliédricas (múltiples planos).

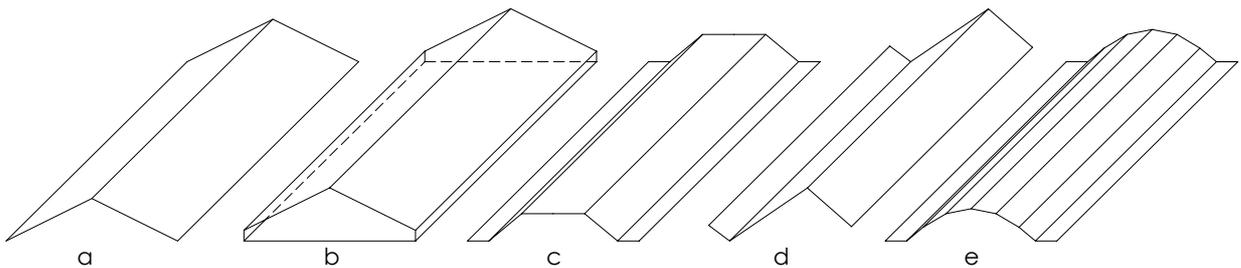


Fig. 1 – Algunas láminas plegadas diédricas

a tipo V; b tipo V con vigas de borde; c tipo Ω o W; d tipo Z ó Shed; e Poligonal

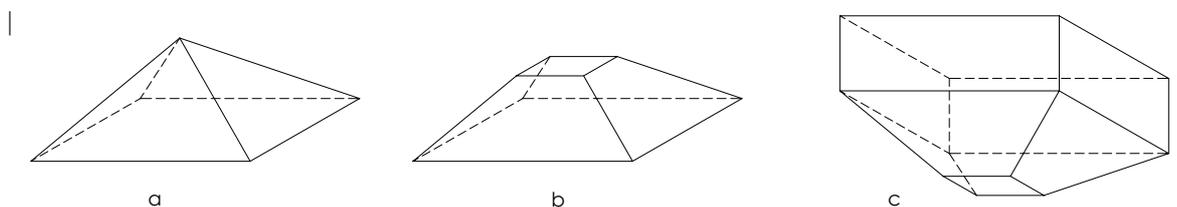


Fig. 2 – Algunos ejemplos de láminas plegadas poliédricas

a pirámide; b pirámide truncada; c tipo tolva

En el curso nos referiremos fundamentalmente a las diédricas, que son las comúnmente utilizadas para cubrir grandes luces, dentro de las mas comunes se encuentran las indicadas aunque es posible encontrar otras configuraciones.

Los elementos constituyentes de una lámina plegada pueden sintetizarse en el esquema de la figura 3.

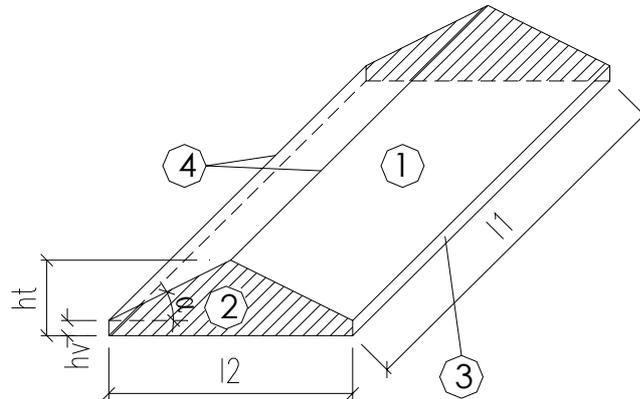


Fig. 3 – Elementos característicos de una lámina plegada

1 Láminas planas; **2** diafragma o tímpano; **3** elementos de borde; **4** aristas

l1 longitud de tramo; **l2** longitud de onda o módulo; **hv** altura elemento de borde; **ht** altura total del plegado; α ángulo de inclinación

Pueden encontrarse en forma aislada como la indicada en fig.3, de múltiples tramos como en fig. 4a y/o de múltiples ondas como en fig. 4b

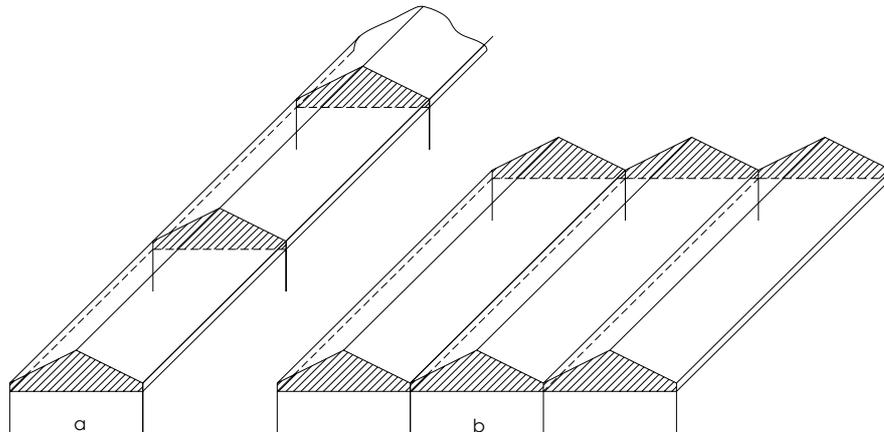


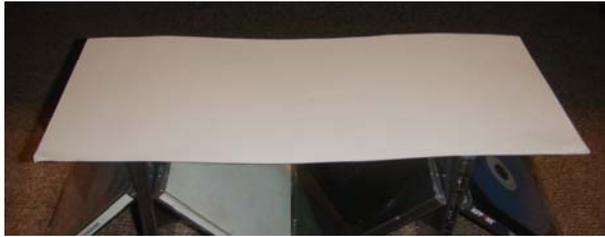
Fig. 4 – Combinaciones de láminas plegadas

a múltiples tramos; **b** múltiples ondas

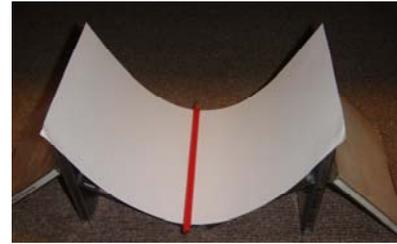
2. Un experimento ilustrativo

Comenzaremos tratando de interpretar el funcionamiento de este tipo estructural a través de un experimento sencillo, con elementos que están al alcance de cualquier alumno, para luego obtener algunas conclusiones que nos permitan pasar al estudio conceptual del funcionamiento estructural.

Si tomamos una lámina muy delgada, por ejemplo una hoja de papel cartulina, fig. 5a, y la apoyamos entre dos líneas de rigidez (que podrían ser vigas, tabiques, diafragmas, etc.), veremos que sufre deformaciones importantes y que prácticamente carece de capacidad para resistir cualquier carga.



a



b

Fig. 5

a lamina (hoja de papel) simplemente apoyada sin cargas; **b** lámina cargada

Se puede apreciar que ante la menor carga, en este caso constituida por un lápiz, la lámina sufre deformaciones importantes

Si ahora plegamos la misma lámina, con forma de V (fig. 6a y 6b), podemos ver que mantiene una forma mucho más estable y crece la capacidad de resistir cargas (se aplican cuatro lápices sobre el vértice, en la zona central de la luz, resistiendo sin ningún inconveniente).



a



b

Fig. 6

a lamina (hoja de papel) simplemente apoyada sin cargas; **b** lámina cargada

Con este primer plegado hemos formado una lámina tipo V, uno de los problemas que presenta está en sus bordes libres, que dado el reducido espesor son susceptibles de perder rápidamente la forma.

Podemos mejorar notablemente la forma (fig. 7) si adicionamos dos pliegues más en los bordes, con esto se evita la pérdida de estabilidad de los mismos aumentando aún mas la capacidad de carga.



Fig. 7

Lámina plegada con elementos de borde

Esta nueva configuración permite incrementar notablemente la capacidad de carga de la estructura laminar como puede apreciarse en las figuras 8a y 8b.

En fig. 8b podemos ver que se produce una pérdida de forma originada en el desplazamiento de uno de los puntos de apoyo, esto ocurre pues no existe impedimento al desplazamiento horizontal, el apoyo está funcionando como “simplemente apoyado”.



Fig. 8

a lámina simplemente apoyada con elementos de borde cargada; **b** ídem a, con mayores cargas, pérdida de estabilidad.

Tratemos ahora de impedir que estos puntos se desplacen libremente para lo cual colocamos unos trozos de alambre que actuarían como tirantes, impidiendo que la lámina “se abra” en la zona de apoyo, veremos que la capacidad de carga sigue aumentando.

La figura 9 muestra cómo la carga se puede incrementar evitando el desplazamiento de las aristas, pero aún se podría mejorar si en los extremos se dispusiesen tímpanos o diafragmas que impidan el cambio de forma observado fundamentalmente en los elementos de borde de la fig. 9b.



Fig. 9

a lámina con apoyos dobles y elementos de borde cargada; **b** ídem a, con mayores cargas, no se observa pérdida de estabilidad total.

3. Funcionamiento estructural

El funcionamiento estructural de las láminas plegadas como la indicada en el punto 2 y en general todas aquellas expuestas en la fig. 1 se puede interpretar desde dos puntos de vista.

- a- Funcionamiento longitudinal como viga
- b- Funcionamiento transversal como losa

El plegado hace que la distribución de masas mejore notablemente, aumentando el momento de inercia de la sección que en sentido longitudinal puede asimilarse a una viga.

En el sentido transversal puede pensarse que se trata de losas unidireccionales que se apoyan en las aristas. Las losas, consideradas de ancho unitario (1 metro) reciben las cargas debidas al peso propio y a las sobrecargas, por ejemplo de nieve, etc., las aristas

funcionan como apoyos sobre los cuales las losas producen reacciones que deben tomar los distintos pliegues funcionando como viga.

Para que este funcionamiento ideal no se aparte demasiado de la realidad es necesario que la estructura plegada mantenga la forma, esto se logra disponiendo elementos de borde y tímpanos o rigidizadores. En algunos casos se suele disponer rigidizadores intermedios, nervios que se suelen disponer en forma invertida, hacia fuera.

En los casos de múltiples ondas (fig.4b) las láminas intermedias tienen impedido el desplazamiento horizontal por las laterales, esto ayuda a mantener la forma incrementando notablemente la capacidad de carga. Las deformaciones horizontales en el borde de las caras libres prácticamente desaparecen

Seguidamente fig. 10b y 10c se muestran las deformadas correspondientes a una lámina plegada de un módulo, de las características indicadas en la fig. 10a.

Para la resolución de este caso se adoptaron placas de espesor $t=10$ cm. para las 2 laterales y $t=8$ cm. para las 3 centrales, las columnas de 25×25 empotradas en la base y las vigas que conforman los diafragmas de rigidización son todas de 20×20 .

El material utilizado es hormigón tipo H21. Se considera una sobrecarga de 100 kg/m^2

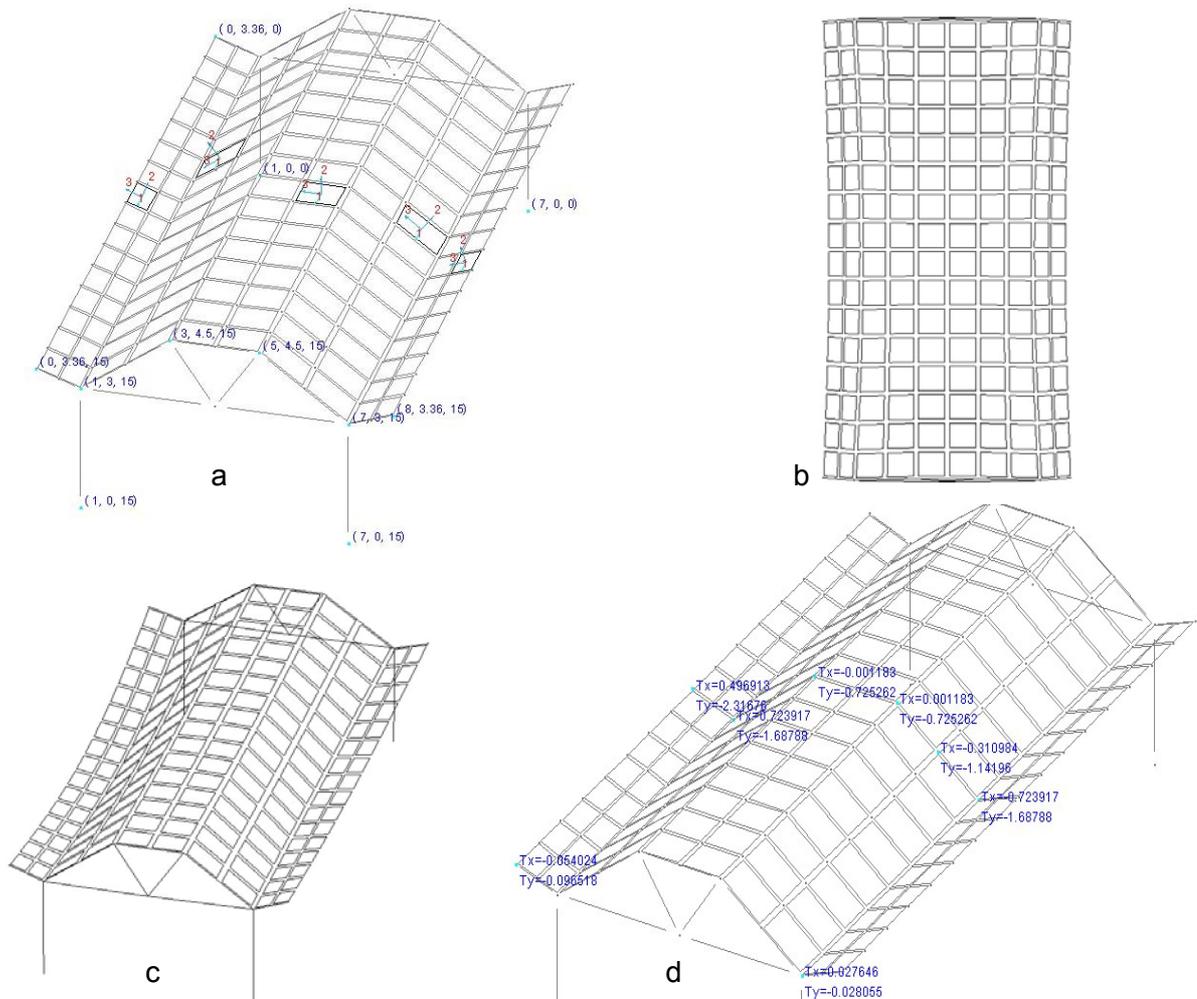


Fig. 10

a Esquema de una lamina con $l1=15\text{m}$, $l2=8\text{m}$, $ht=1.50\text{m}$; **b** vista en planta de la estructura deformada; **c** perspectiva de la estructura deformada; **d** valores de corrimientos en puntos característicos

Como puede apreciarse en las fig. 10b y 10c los bordes libres en la zona central tienden a cerrarse quiere decir que se comprimen.

Si observamos las distintas placas podremos apreciar aquellos bordes que resultan comprimidos y los que están traccionados.

Los diagramas de tensiones en sentido longitudinal son los indicados en la fig. 11.

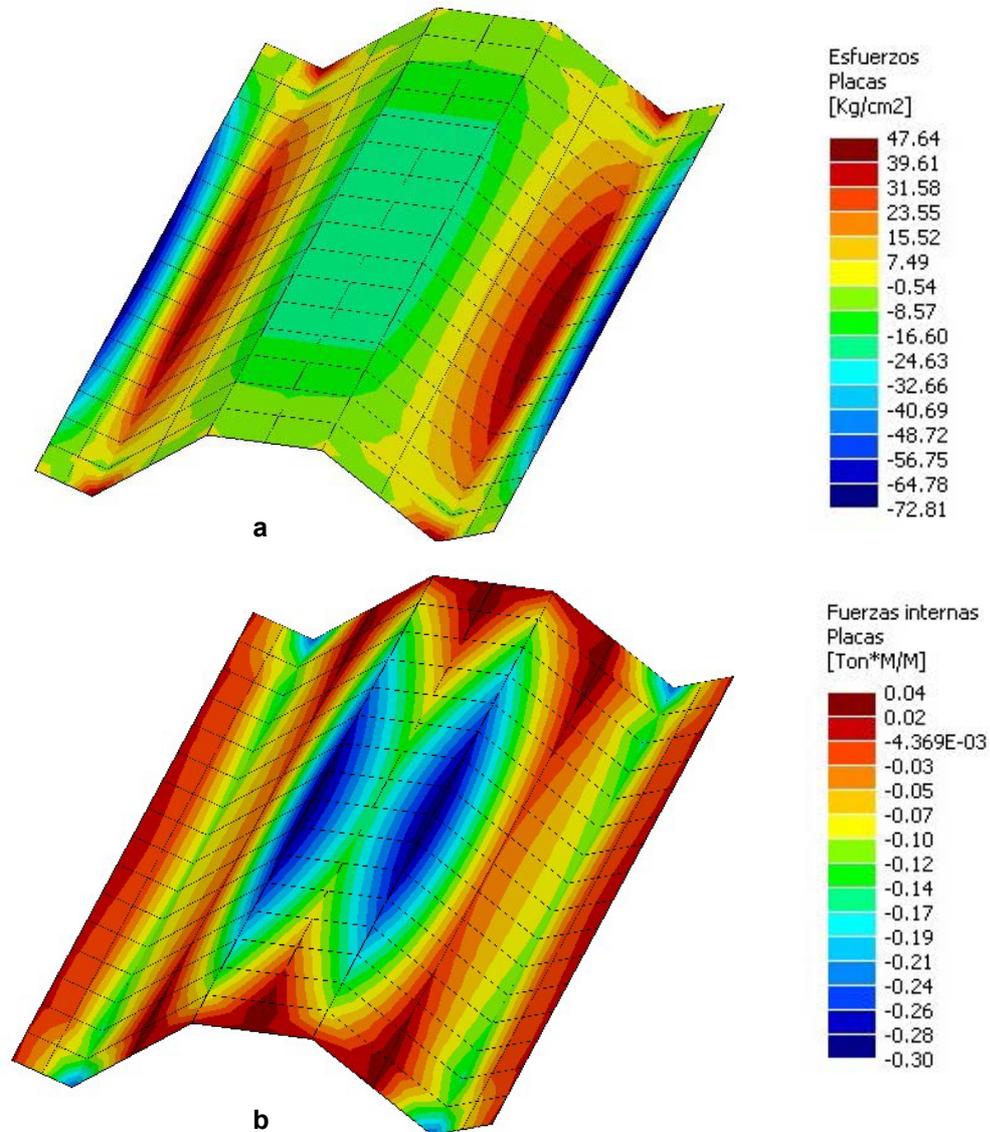


Fig. 11

a tensiones normales en sentido longitudinal, funcionamiento como viga; **b** momentos flectores en sentido transversal, funcionamiento como losa.

En cuanto a tensiones los valores negativos indican compresión y positivos tracción.

Se puede apreciar (fig. 11a) la existencia de una zona de fibras inferiores traccionadas (color rojo) y otra superior comprimida (color verde)

En la fig. 11b puede verse claramente como son los momentos flectores, esto se aprecia fundamentalmente si se analiza una franja central, con zonas de momentos negativos en las aristas y valores mayores (aunque no alcanzan a ser positivos) en las zonas de tramo.

Seguidamente se analiza la lámina plegada anterior conformando una cubierta de tres módulos.

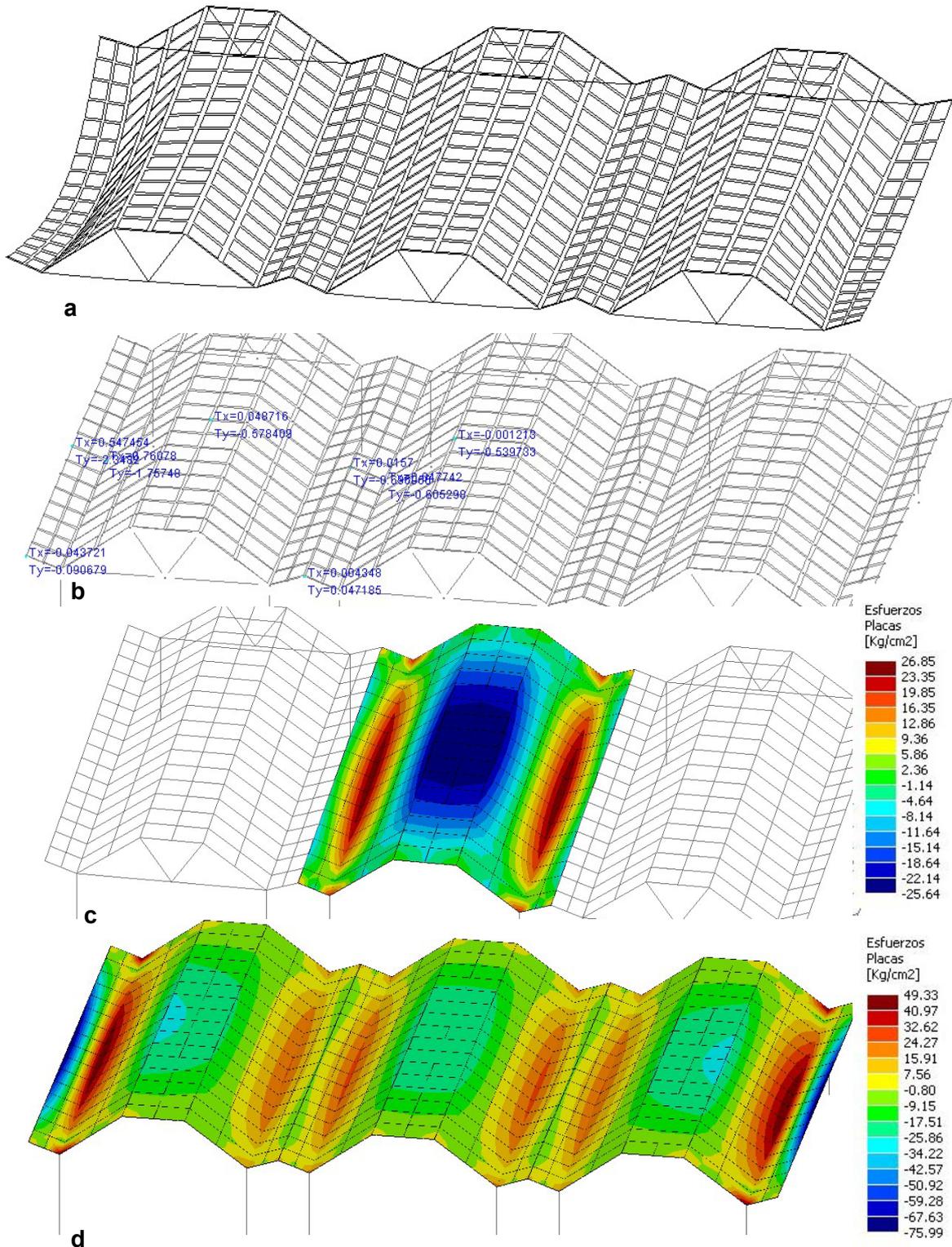


Fig. 12

a deformada de toda la cubierta; **b** valores de desplazamientos; **c** tensiones normales en sentido longitudinal, funcionamiento como viga, para onda central; **d** tensiones normales en sentido longitudinal, funcionamiento como viga, para toda la cubierta.

Puede verse que en los bordes el comportamiento sigue siendo similar al de una placa aislada, pero en los módulos centrales los valores de deformaciones y tensiones son muy inferiores a los determinados en forma aislada.

Si las placas de borde tuviesen algún apoyo, como habitualmente ocurre en la cubierta de una nave, el resultado es el siguiente, fig. 12e:

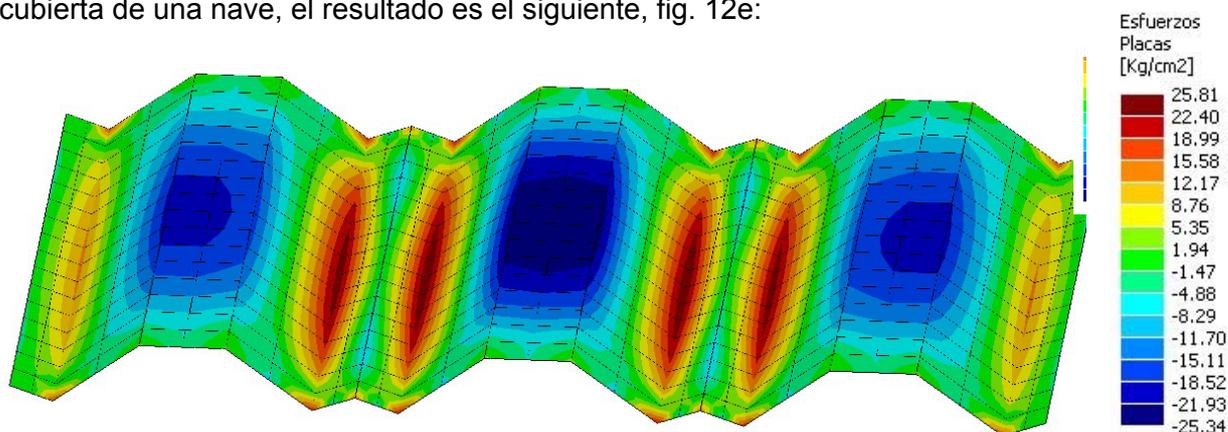


Fig. 12e tensiones normales longitudinales para módulos extremos apoyados

Los módulos laterales (apoyados) tienen un comportamiento similar a los internos. El análisis podría hacerse para un módulo interno y hacer extensivo el resultado a la totalidad de los módulos.

4. Métodos de cálculo

Existen por lo menos tres métodos de cálculo muy difundidos para determinar las solicitaciones, deformaciones y en definitiva las armaduras para las láminas plegadas

- método de la viga
- método de los elementos finitos
- métodos analíticos.

De los tres, el **método de la viga** es el más sencillo y por consiguiente el más aproximado, en algunos casos puede conducir a errores groseros, pero bajo determinadas condiciones resulta muy útil por su facilidad de aplicación y su validez conceptual, fundamentalmente en etapas de anteproyecto y en el control de resultados obtenidos por otros métodos más exactos.

El **método de los elementos finitos** es el más utilizados en la actualidad, la sencillez de aplicación y la precisión de los resultados obtenidos, permiten rápidamente obtener un análisis completo de los estados tensionales y de deformación de las estructuras, con gran facilidad para el cambio de parámetros como la geometría, espesores, condiciones de carga, etc.

Los **métodos analíticos**, que brindan soluciones mucho más aproximadas que el de la viga, resultan muy complejos en la aplicación, con procedimientos matemáticos engorrosos, por lo que en la actualidad han caído en desuso, reemplazados totalmente por los modelos de elementos finitos.

4.1) Método de la viga equivalente:

Considera la lámina plegada como una viga única en sentido longitudinal, determinando las solicitaciones, fundamentalmente el momento flector y a partir del mismo

la armadura de flexión correspondiente, las tensiones se determinan con la expresión $\sigma=M/W$.

Para poder aplicar este método deben cumplirse ciertas condiciones:

- a) -La luz l_1 debe ser mayor que 2 veces la altura ht ($L_1 > 2ht$)
- b) -Las distorsiones de la sección deben ser despreciables, esto se cumple para láminas con forma de V, para módulos internos de láminas tipo W y poligonales en general y para aquellos casos en que se dispongan tímpanos o rigidizadores intermedios.
- c) La condición b se puede obviar si se trata de láminas plegadas muy largas.
- d)

4.1.1) Cálculo de la armadura de flexión longitudinal como viga:

Podrá calcularse a rotura según la reglamentación vigente o determinando las fuerzas necesarias para absorber los volúmenes de tensiones que surgen del análisis, con el hierro trabajando a la tensión σ_a .

Para calcular la armadura la sección de la lámina plegada se asimila a una sección rectangular, T o doble T según corresponda.

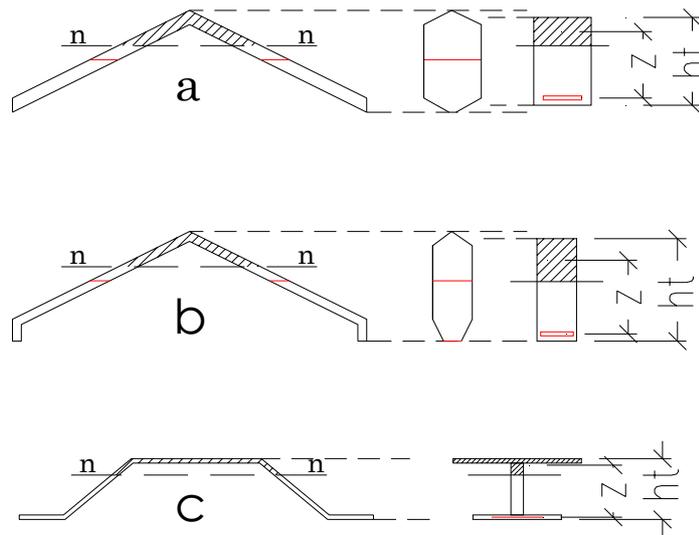


Fig. 13

a y b sección rectangular equivalente para láminas tipo V; c sección doble T equivalente para láminas tipo W.

La armadura, en forma aproximada a nivel anteproyecto, se calcula con la conocida expresión:

$$A = M / (0.85 h \sigma_a)$$

Siendo $\beta_s = 4200 \text{ kg/cm}^2$, $\gamma = 1.75$ resulta $\sigma_a = 4200 / 1.75 = 2400 \text{ kg/cm}^2 = 2.4 \text{ t/cm}^2$

$$A = M / (0.85 \times 2.4 \times h) \approx 0.5 M/h$$

$$A = 0.5 M/h$$

Donde:

A: Armadura necesaria en cm^2

M: Momento solicitante en tm

h : Altura útil (ht -rec) en m (para secciones V tomar el valor de ht indicado en los esquemas)

La tensión, calculada en forma exacta o aproximada con la expresión $\sigma=M/W$: no debería superar los 80 kg/cm² para un hormigón tipo H21.

$$\sigma=M/W \leq 80 \text{ kg/cm}^2$$

M en kgm

$W = b \times ht^2 / 6$ con b y ht en cm (Válido para secciones tipo V con las simplificaciones indicadas en fig. 13)

Para secciones tipo W u otras se podrá determinar W haciendo uso de la tabla excell para determinación de características mecánicas de las secciones o directamente con Autocad determinando las características de la región como área, momento de inercia, etc.

4.1.2) Cálculo de la armadura transversal como losa:

En el sentido transversal se analiza una franja de 1.00 m de ancho, determinando los momentos flectores suponiendo que se trata de una viga continua, apoyada en las aristas, con los esquemas de carga que a continuación se indican.

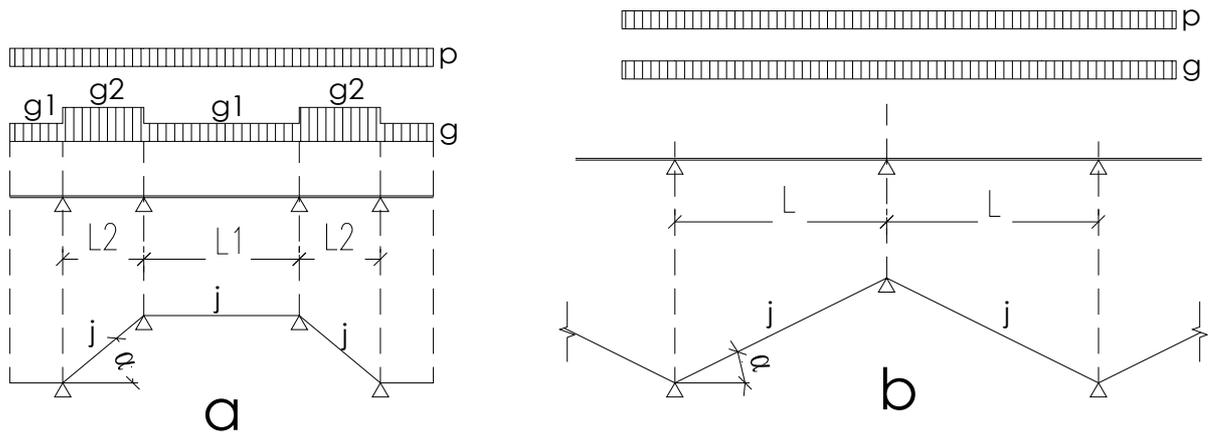


Fig. 14

a cargas equivalentes para láminas tipo W; **b** cargas equivalentes para láminas tipo V.

Las cargas de peso propio “g” en el faldón inclinado de las láminas tipo W (fig. 14a) se determinan afectando al peso propio de la lámina ($g1=e.\gamma$) de la relación $j/L2$, resultando:

$$g2 = e.\gamma.(j/L2); \quad j/L2 = 1/\cos \alpha$$

Para las Todas las láminas plegadas tipo V, Fig. 14b, se tiene:

$$g = e.\gamma.(j/L2); \quad j/L2 = 1/\cos \alpha$$

Con estas cargas se resuelve la losa como viga continua, utilizando cualquier modelo para la resolución de vigas

4.2) Método de los elementos finitos:

Es el método mas utilizado en la actualidad, la estructura se discretiza (en forma automática) en pequeños elementos de valor finito (no infinito) resolviendo los valores de

deformaciones y solicitaciones en los puntos de unión entre los distintos elementos llamados nudos o nodos.

Si bien estos métodos no son estrictamente exactos, pues se obtienen valores en un número discreto de puntos, a los efectos prácticos se pueden considerar exactos.

Los resultados obtenidos son del tipo mostrados en las fig. 10 a 12.

4.3) Métodos analíticos:

Como se mencionara en párrafos anteriores, estos métodos, en general iterativos, en alguna época fueron de gran utilidad en la resolución de los sistemas estructurales que estamos analizando. Con su aplicación puede conseguirse una aproximación muy buena. En la actualidad fueron totalmente superados por los métodos de elementos finitos.

Se puede encontrar una buena síntesis en una publicación del Instituto del Cemento Pórtland Argentino, realizada por el Ing. Aldo Ghiglione en el año 1982, en ella se describen los métodos de Gaafar (1953) y Brielmaier (1962).

5. Diafragmas y rigidizadores

La función de los diafragmas o tímpanos y de los rigidizadores, generalmente nervios con forma de vigas, es brindar la rigidez suficiente a la estructura para evitar el cambio o la pérdida de la forma al ser cargada.

Como se ha expresado y puede verse con cualquier experimento sencillo, el mayor problema para estas estructuras es no mantener la forma original.

Los diafragmas pueden ser ciegos, tipo tabique, o calados, con formas reticuladas, generalmente con barras que concurren a los pliegues. Puede tratarse de vigas continuas sobre las que descansan las láminas de los plegados.

Los diafragmas deben estar siempre en los extremos de cada módulo, en algunos casos también se podrán disponer en zonas intermedias separando la luz en medios, tercios o cuartos.

Los diafragmas intermedios podrán ser reemplazados por rigidizadores.

6. Recomendaciones para el proyecto

Algunas de las pautas a tener en cuenta al proyectar una lámina plegada son las siguientes:

Altura total ht (similar a vigas convencionales):

Para tramos simples **ht = L1/10**

Tramos extremos en disposiciones continuas **ht = L1/12**

Tramos intermedios **ht = L1/15**

Si se aplica pretensado los valores anteriores pueden disminuirse en un 25 a un 50%.

Angulo α de inclinación de faldones:

Para poder realizar un llenado del hormigón con encofrado simple (sin doble encofrado)

$$\alpha \leq 40^\circ$$

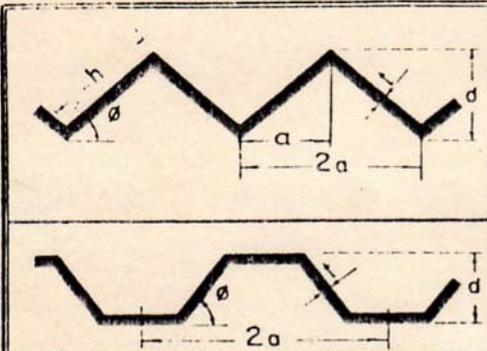
Predimensionado de láminas (similar a losas)

Del mismo modo que en losas, para tramos con un borde continuo L/35, para tramos intermedios L/40.

Se recomienda un espesor mínimo de 8 cm.

Tabla para el predimensionado

La siguiente tabla, extraída de la ref. 2, brinda una guía para el predimensionado y anteproyecto de láminas tipo V y W, además de valores de cuantía que consideramos de utilidad.



Luz m	ϕ		d		2a m	t cm	Armadura kg/m ²	
	max. o	min o	max m	min. m				
12,20	45	25	1,20	0,85	4,60	10	5,90	7,00
18,30	45	25	1,80	1,20	6,10	10 15	9,30	13,20
24,40	45	25	2,30	1,50	7,60	10 15	11,70	18,00
30,50	45	25	3,05	2,05	9,15	125 15	19,50	25,40
12,20	45	30	1,50	0,75	6,10	7,5	7,50	9,80
18,30	45	30	1,80	1,20	7,60	7,5 9,00	9,80	14,70
24,40	45	30	2,30	1,50	9,15	7,5 10	12,00	14,70
30,50	45	30	3,05	2,00	12,20	10 12,5	14,70	29,50

* kg/m² DE SUPERFICIE PROYECTADA SOBRE LA HORIZONTAL

Bibliografía:

1. "Sistemas de Estructuras" Heinrich Engel, H. Blume Ediciones, 1979
2. "Estructuras de Hormigón Armado" Bases para el armado de estructuras de hormigón armado. Fritz Leonhardt. Tomos II y III
3. "Estructuras de Hormigón Armado". V.N.Baykov, E.E. Sigalov, Editorial MIR Moscú, 1980.
4. "Estructuras Plegadas de Hormigón Armado" Ing. Aldo E. Ghigione, Instituto del Cemento Portland Argentino, 1982.