

DNC
TP8

Cátedra: **ESTRUCTURAS - NIVEL III**

Taller Vertical I: DELALOYE - NICO - CLIVIO (DNC)

Trabajo Práctico 8a y 8b: Láminas Sinclásticas- Cúpulas

Curso 2019

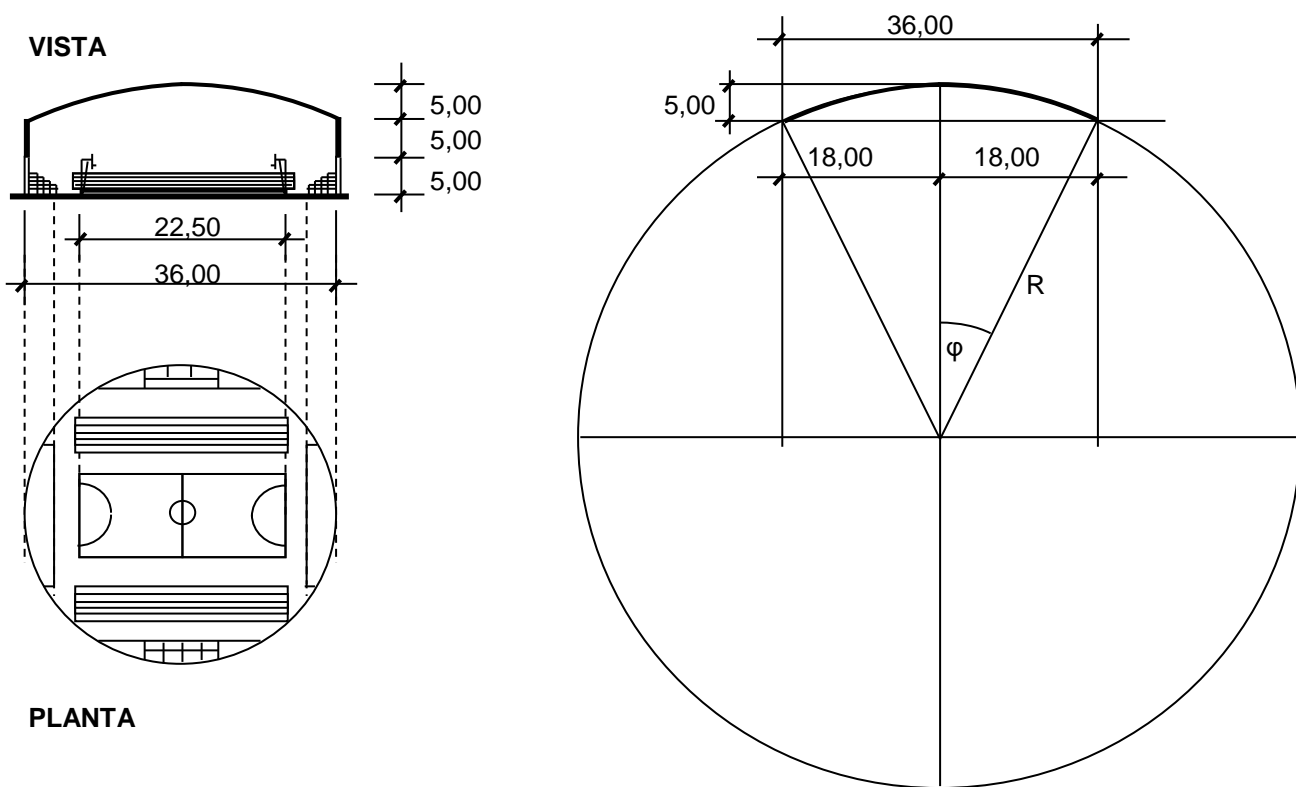
Elaboró: JTP Ing. Angel Maydana

Revisión: Ing. Delaloye

Fecha: julio 2019

CÚPULA DE ROTACIÓN

EJERCICIO N° 1 : Predimensionar el casquete esférico, de diámetro 36,00 m, sometido a peso propio, con destino a centro de deportes con capacidad para albergar una cancha de básquet de dimensiones mínimas reglamentarias : 12,80 x 22,50 m



PREDIMENSIONADO: de la Tabla N° 1 sacamos que $f/D = 1/8$ para cúpulas de $D = 30$ m, que aproximadamente es nuestro caso.

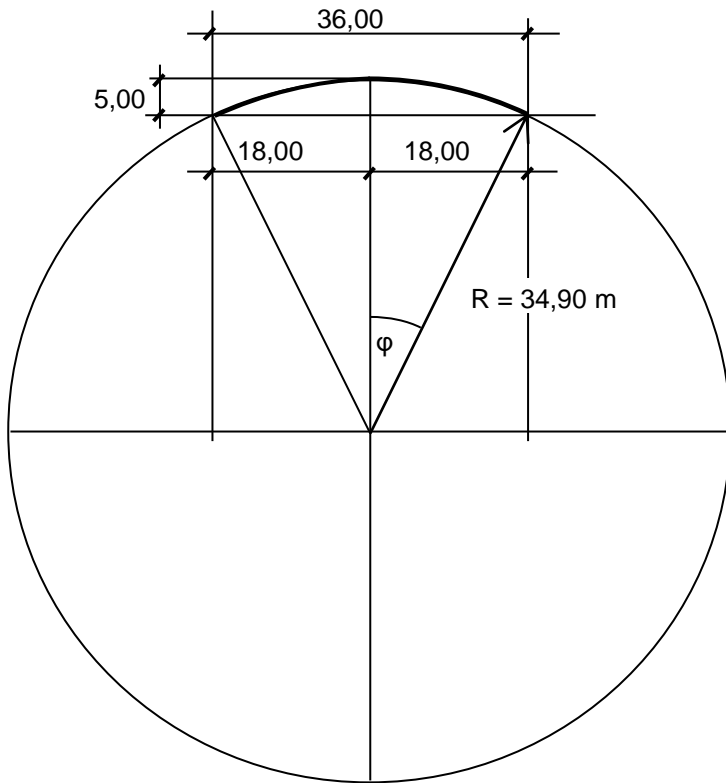
$$D = 36,00 \text{ m} \quad f = \frac{36,00}{8} = 4,50 \text{ m} \quad \text{Adopto: } f = 5,00 \text{ m}$$

Verifico la relación flecha adoptada con el diámetro D

$$\frac{D = 36,00 \text{ m}}{f = 5,00 \text{ m}} = \frac{1}{7,2} \quad \text{Aceptable, se encuentra entre: } 1/8 \leq f/D \leq 1/7$$

Calculamos el radio R:

$$R = \frac{D^2}{8 \cdot f} + \frac{f}{2} \quad R = \frac{36^2}{8 \times 5,00} + \frac{5,00}{2} = 34,90 \text{ m}$$



$$\text{sen } \varphi = \frac{18,00}{34,90} = 0,51576$$

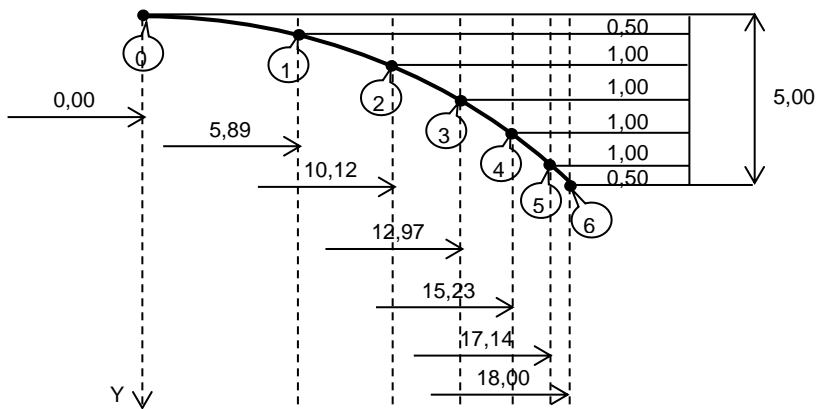
$$\varphi = 31,05^\circ$$

φ : concuerda con el valor de tabla

El espesor t (cm) entre 6 y 10 cm, puede tomarse como R/500

$$t \text{ (cm)} = 34,90/500 = 7 \text{ cm}$$

GEOMETRÍA



De la fórmula de cálculo de R, despejamos D

$$D = \sqrt{8 \cdot Y \left(R - \frac{Y}{2} \right)}$$

$$\text{sen } \varphi = \frac{D_i / 2}{34,90}$$

Punto	Y	Di	Di/2	φ
0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,50	11,77	5,89	9,71
2	1,50	20,24	10,12	16,86
3	2,50	25,94	12,97	21,82
4	3,50	30,47	15,23	25,88
5	4,50	34,28	17,14	29,42
6	5,00	36,00	18,00	31,05

ANÁLISIS DE CARGAS

Peso Propio:

$$P.e. (\text{hormigón}) = 2.400 \text{ kg/m}^3$$

$$g = t (\text{m}) \times P.e. (\text{kg/m}^3) = 0,07 (\text{m}) \times 2.400 \text{ kg/m}^3 = 168 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{impermeabilizaciones, aislaciones, etc.} = 32 \text{ kg/m}^2$$

$$\underline{\underline{g = 200 \text{ kg/m}^2}}$$

ESFUERZOS

ESFUERZO N1 (según meridiano)

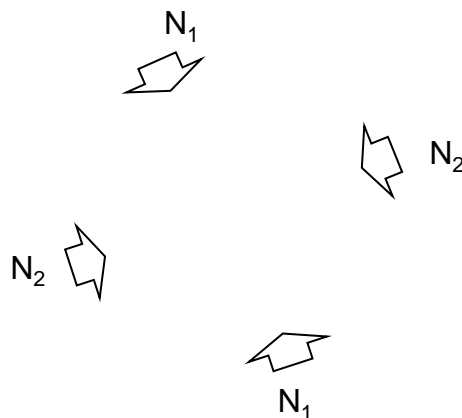
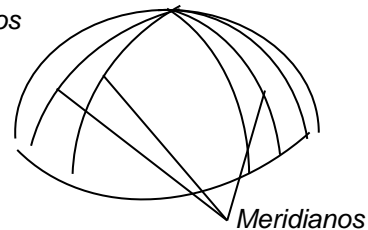
ESFUERZO N2 (según paralelo)

$$N_1 = - \frac{R \cdot g}{1 + \cos \varphi}$$

$$N_2 = -R \cdot g \left[\cos \varphi - \frac{1}{1 + \cos \varphi} \right]$$

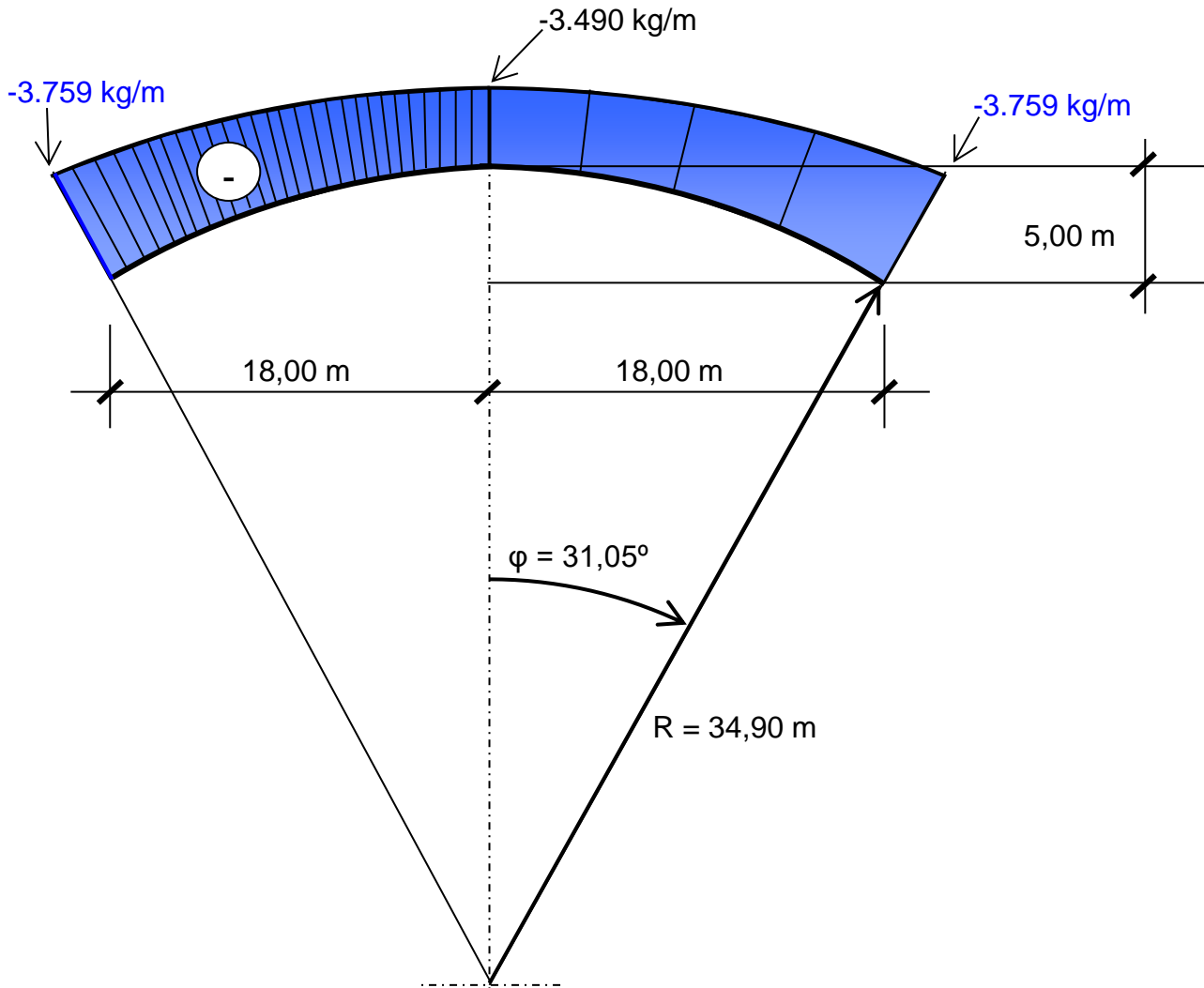
Punto	Y	φ	$\cos \varphi$	N1	N2
0	0,00	0,00	1,0000	-3490	-3490
1	0,50	9,71	0,9857	-3515	-3365
2	1,50	16,86	0,9570	-3567	-3113
3	2,50	21,82	0,9284	-3620	-2860
4	3,50	25,88	0,8997	-3674	-2606
5	4,50	29,42	0,8711	-3731	-2349
6	5,00	31,05	0,8567	-3759	-2221

Esfuerzos N1 en la dirección
de los meridianos



ESFUERZOS

Están dibujadas los esfuerzos N1 y N2
(según meridianos y paralelos
respectivamente, valores negativos de
compresión)

DIAGRAMA N1 (según meridiano)**ESFUERZO N1 (según meridiano)**

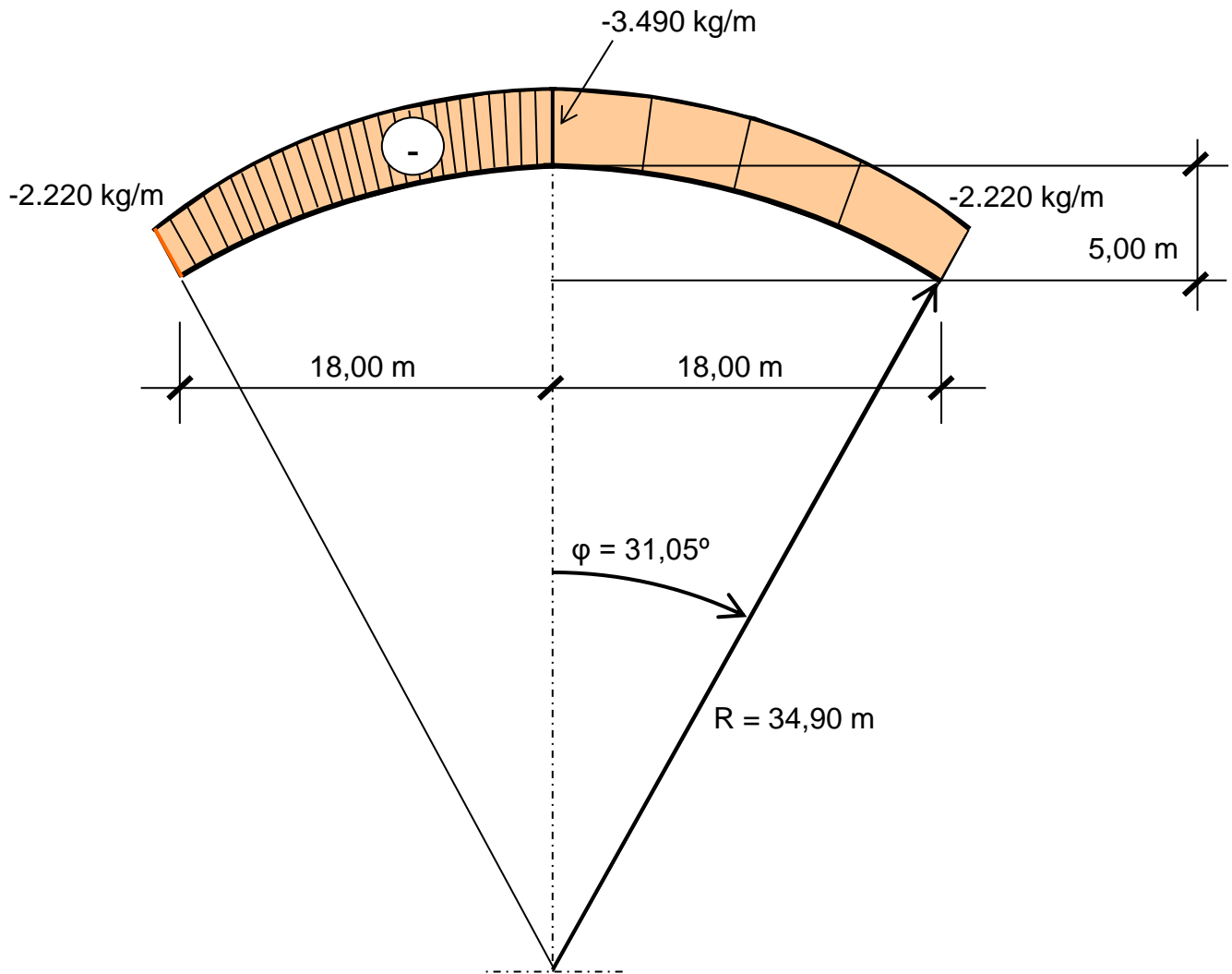
$$N_1 = - \frac{R \cdot g}{1 + \cos \varphi}$$

Para $\varphi = 0$ $\cos 0 = 1$

$$N_1 = - \frac{34,90 \times 200}{1 + 1} = -3.490 \text{ kg/m}$$

Para $\varphi = 31,05^\circ$ $\cos 31,05^\circ = 0,8567$

$$N_1 = - \frac{34,90 \times 200}{1 + 0,8567} = -3.759 \text{ kg/m}$$

DIAGRAMA N2 (según paralelo)**ESFUERZO N2 (según paralelo)**

$$N_2 = -R \cdot g \left[\cos \varphi - \frac{1}{1 + \cos \varphi} \right]$$

Para $\varphi = 0$ $\cos 0 = 1$

$$N_2 = - 34,90 \times 200 \left[1 - \frac{1}{1 + 1} \right] = -3.490 \text{ kg/m}$$

Para $\varphi = 31,05^\circ$ $\cos 31,05^\circ = 0,8567$

$$N_2 = - 34,90 \times 200 \left[0,8567 - \frac{1}{1 + 0,8567} \right] = -2.220 \text{ kg/m}$$

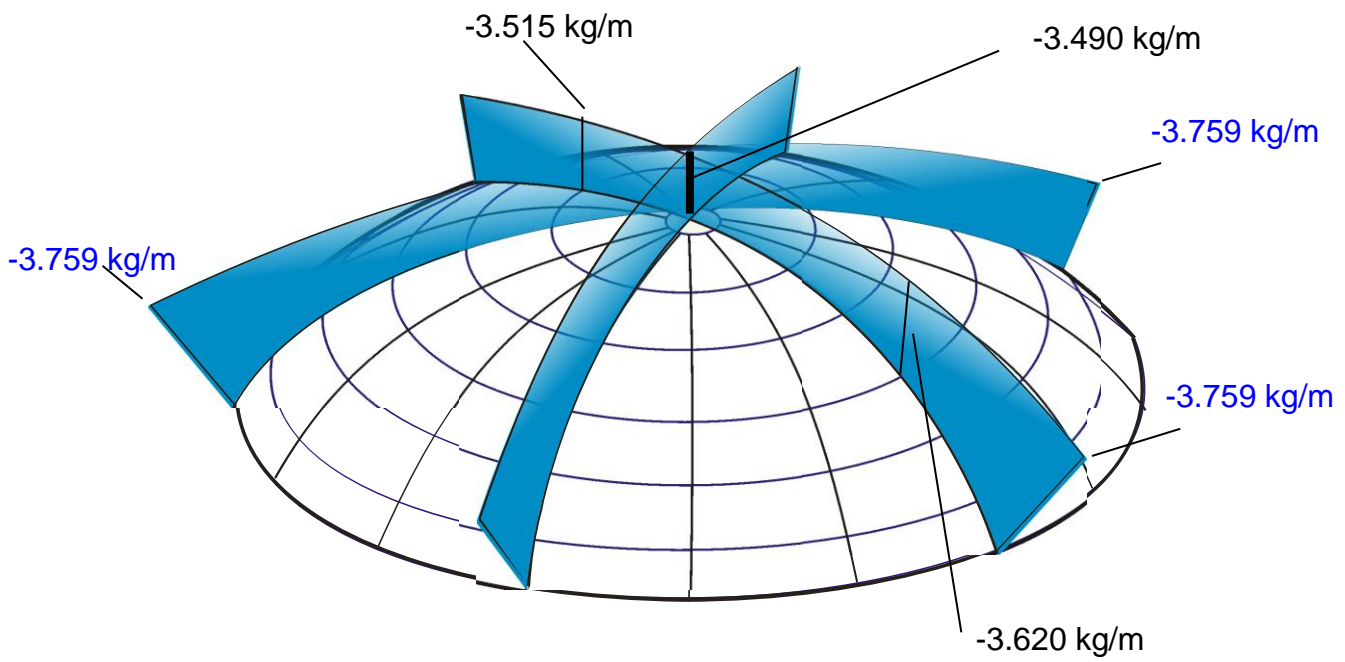


DIAGRAMA N1 (según meridiano)

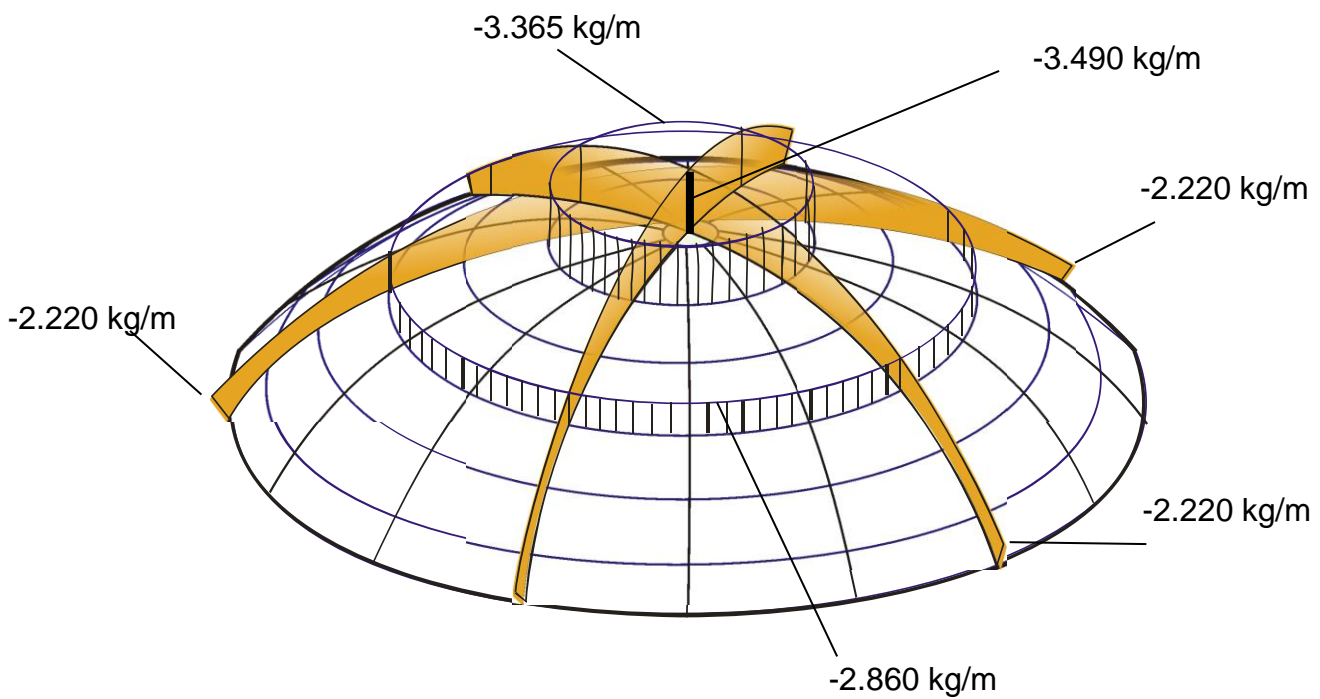


DIAGRAMA N2 (según paralelo)

Una vez calculados los esfuerzos N_1 y N_2 , debemos verificar que las máximas tensiones de compresión $\sigma'b$, que se originan con la mayor de las fuerzas, no sobrepase las tensiones admisibles del material.

$$\sigma'b_1 = \frac{N_1}{t \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm}} < \sigma'b_{adm} \quad \sigma'b_2 = \frac{N_2}{t \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm}} < \sigma'b_{adm}$$

$$\sigma'b_1 = \frac{3.759 \text{ kg}}{7 \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm}} = 5,37 \text{ kg / cm}^2 < \sigma'b_{adm}$$

$$\sigma'b_2 = \frac{3.490 \text{ kg}}{7 \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm}} = 4,99 \text{ kg / cm}^2 < \sigma'b_{adm}$$

VERIFICACIÓN AL PANDEO

$$\sigma'b_{adm} = \frac{\sigma_{crit}}{\gamma} = 0,025 \cdot E \cdot \frac{t}{R} < \sigma'b_{adm}$$

$$R = 34,90 \text{ m}$$

$$E = 300.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$t = 7 \text{ cm}$$

$$\sigma'b_{adm} = 0,025 \cdot 300.000 \text{ kg/cm}^2 \cdot \frac{0,07 \text{ m}}{34,90 \text{ m}} = 15 \text{ kg/cm}^2$$

VERIFICA

ARMADURAS

Según meridianos: se deberá colocar una armadura con una cuantía mínima de $\omega_0 = 0,5\%$ para absorber los esfuerzos de tracción por variaciones de temperatura, contracciones de fragüe, flexiones debidas a eventuales cargas concentradas o perturbaciones de bordes.

$$Fe \text{ (cm}^2\text{)} = 0,005 \times 7 \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm} = 3,50 \text{ cm}^2$$

Ø 10 c/ 22 cm

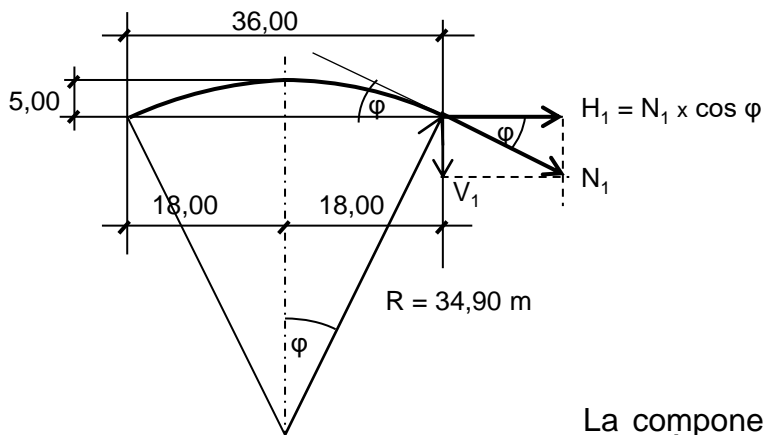
Según paralelos: se deberá absorber los esfuerzos de tracción según los paralelos, (que no es este caso). Esta armadura nunca inferior a una cuantía del 0,6%

$$Fe \text{ (cm}^2\text{)} = 0,006 \times 7 \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm} = 4,20 \text{ cm}^2$$

anular

Ø 10 c/ 18 cm

Esfuerzo en el borde del casquete:



$$N_1 = 3.759 \text{ kg/m}$$

$$\cos 31,05^\circ = 0,8567$$

$$H_1 = 3.220 \text{ kg/m}$$

$$\sin 31,05^\circ = 0,5158$$

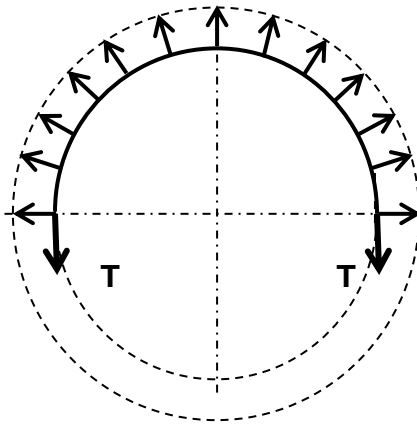
$$V_1 = 1.939 \text{ kg/m}$$

La componente H1, es un esfuerzo radial que deberá ser resistido por el anillo a tracción.
La sollicitación de tracción vale:

$$T \text{ (kg)} = H_1 \text{ (kg/m)} \times D / 2 \text{ (m)}$$

$$T \text{ (kg)} = 3.220 \text{ (kg/m)} \times 36,00 / 2 \text{ (m)}$$

$$T \text{ (kg)} = 57.960 \text{ (kg)}$$

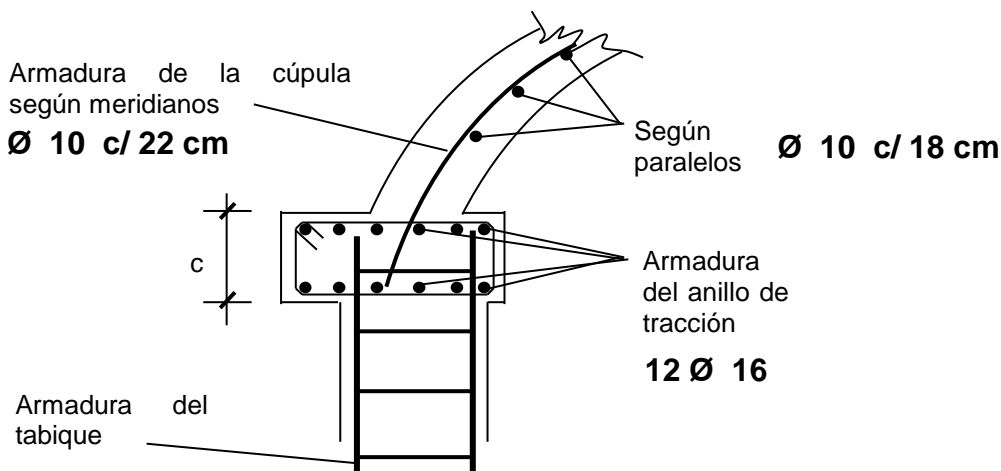


PLANTA

Como el hormigón tiene poca resistencia a la tracción, se colocará armadura para tomar esa fuerza.

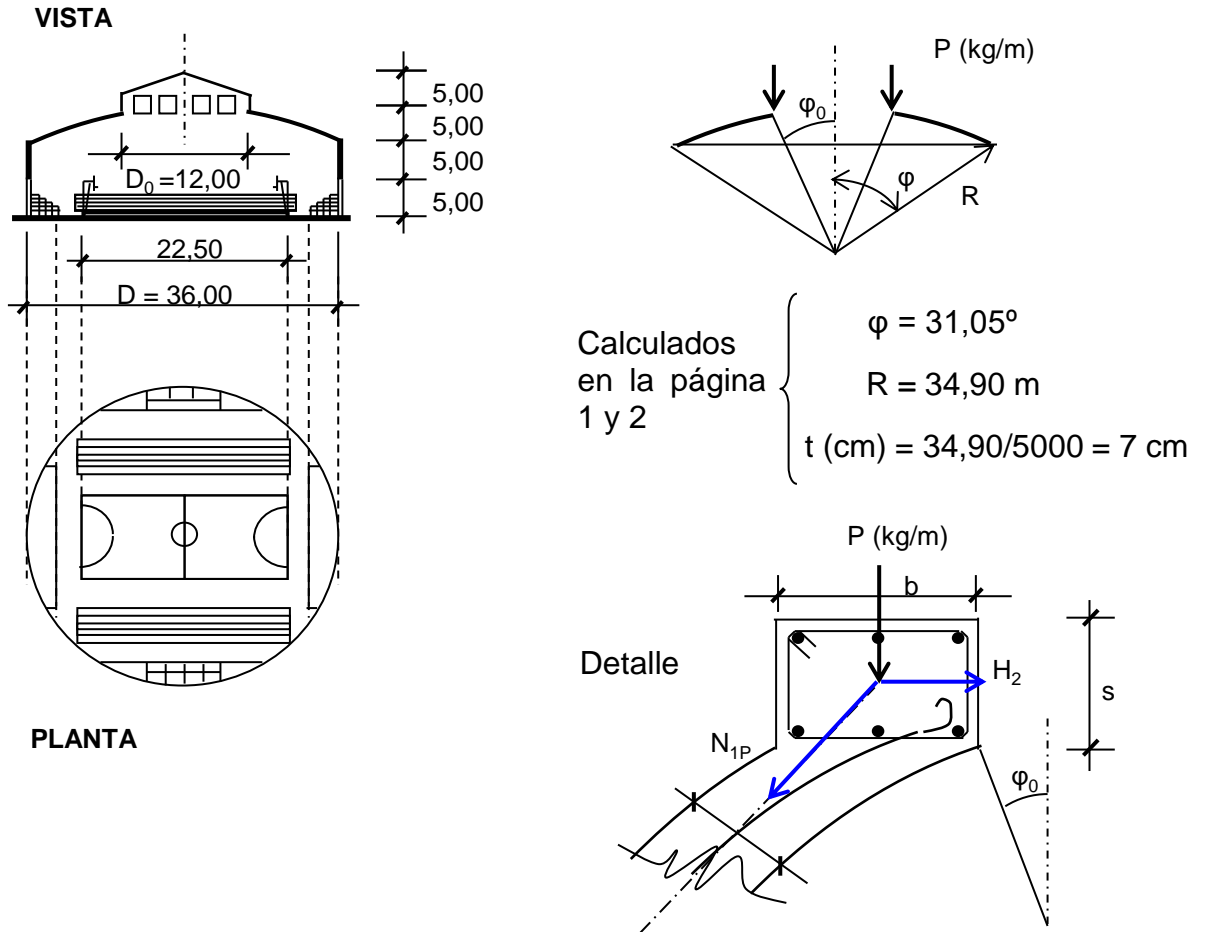
$$Fe_3 \text{ (cm}^2\text{)} = \frac{T \text{ (kg)}}{\sigma_{eadm} \text{ (kg/cm}^2\text{)}} = \frac{57.960 \text{ (kg)}}{2.400 \text{ (kg/cm}^2\text{)}} = 24,15 \text{ cm}^2$$

12 Ø 16



TRABAJO PRÁCTICO N°8b

Predimensionar el casquete esférico, de diámetro 36,00 m, sometido a peso propio, con destino a centro de deportes con capacidad para albergar una cancha de básquet de dimensiones mínimas reglamentarias : 12,80 x 22,50 m, con una abertura cenital donde se apoya verticalmente un lucernario.



ANÁLISIS DE CARGAS

El peso propio del casquete de espesor $t = 7 \text{ cm}$ ya lo determinamos en 200 kg/m^2

Pensamos en diseñar un lucernario liviano, en estructura metálica y vidrio, de no más de 70 kg/m^2 .

Con estas premisas, determinamos $P \text{ (Kg/m)}$

Superficie del lucernario: $S_L = \pi \times D_0^2 / 4$

$$S_L = \pi \times 12^2 / 4 = 113 \text{ m}^2$$

Por la pendiente del techo tomamos 5% más de carga:

$$P_{S_L} = 113 \text{ m}^2 \times 70 \text{ kg/m}^2 \times 1,05 = 8305 \text{ kg}$$

La superficie del techo apoya lateralmente en el perímetro:

$$\text{perímetro} = \pi \times 12 = 37,7 \text{ m}$$

Peso del techo por cada metro lineal:

$$P_1 = 8350 \text{ kg} / 37,7 \text{ m} = 220 \text{ kg/m}$$

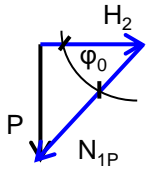
Lateralmente tiene una altura de 3,00 m:

$$P_2 = 70 \text{ kg/m}^2 \times 3,00 \text{ m} = 210 \text{ kg/m}$$

Carga lineal del lucernario:

$$P = 430 \text{ kg/m}$$

En el ejercicio N° 1 (ver página 2) está definido el ángulo $\phi_0 = 9,71^\circ$ para un $D_i = 11,77 \text{ m}$ (que es el caso nuestro $D_0 = 12,00 \text{ m}$)



$$N_{1P} = \frac{P}{\operatorname{sen} \varphi_0} = \frac{430}{0,1687} = 2.550 \text{ kg / m}$$

$$H_2 = \frac{P}{\tan \varphi_0} = \frac{430}{0,1711} = 2.510 \text{ kg / m}$$

Polígono de fuerzas

$$\operatorname{sen} 9,71^\circ = 0,1687$$

$$\tan 9,71^\circ = 0,1711$$

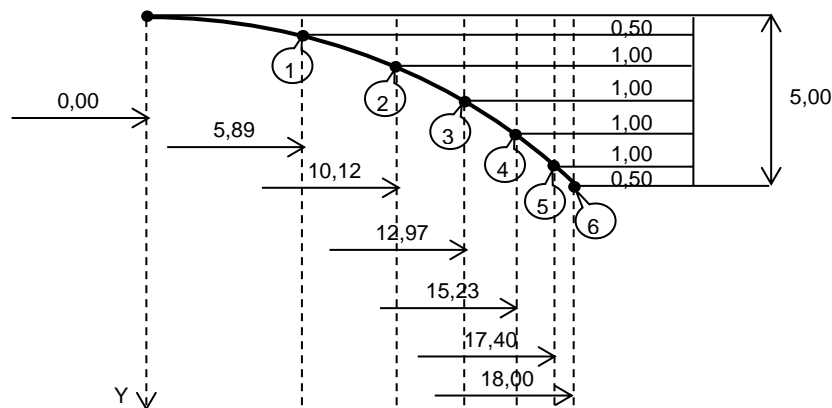
$$g = 200 \text{ kg / m}^2 \quad \text{peso propio}$$

$$P = 430 \text{ kg} \quad \text{carga concentrada}$$

ESFUERZOS

ESFUERZO N1 (según meridiano)	ESFUERZO N2 (según paralelo)	CARGAS
$N_1 = -R \cdot g \frac{(\cos \varphi_0 - \cos \varphi)}{\operatorname{sen}^2 \varphi}$	$N_2 = -N_1 - R \cdot g \cos \varphi$	$g = 200 \text{ kg / m}^2$
$N_1 = -\frac{P}{\operatorname{sen} \varphi}$	$N_2 = N_1$	$P = 430 \text{ kg}$

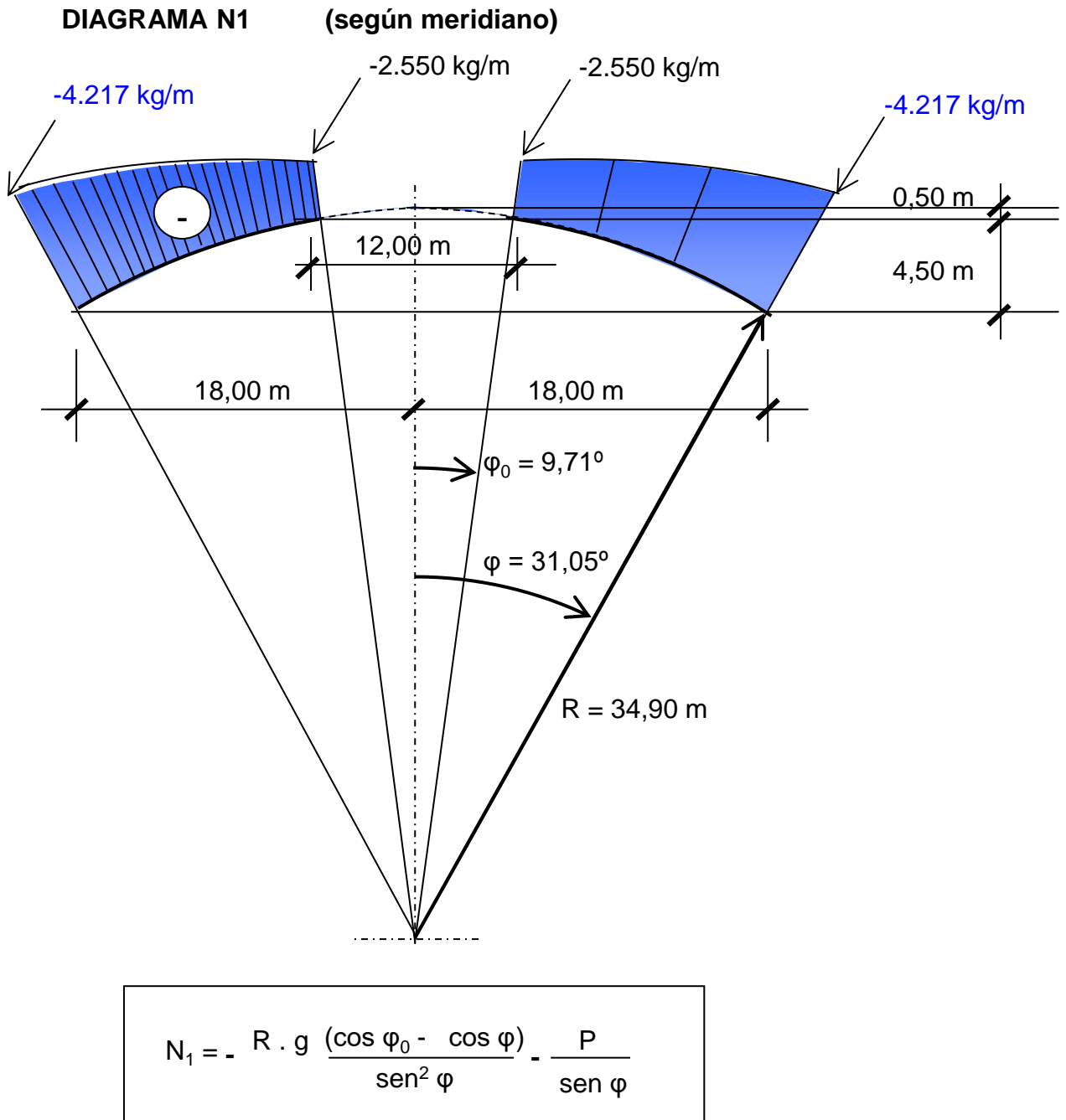
GEOMETRÍA



RESUMEN DE ESFUERZOS

Punto	Y	φ	$\cos \varphi$	$\operatorname{sen} \varphi$	$\operatorname{sen}^2 \varphi$	$\cos \varphi_0 - \cos \varphi$	N1 (g)	N1 (P)	N1 (Total)	N2 (g)	N2 (P)	N2 (Total)
1	0,50	9,71	0,9857	0,1687	0,0284	0,0000	0	-2550	-2550	-6880	-2550	-9430
2	1,50	16,86	0,9570	0,2900	0,0841	0,0287	-2378	-1483	-3860	-4302	-1483	-5785
3	2,50	21,82	0,9284	0,3717	0,1381	0,0573	-2896	-1157	-4053	-3584	-1157	-4741
4	3,50	25,88	0,8997	0,4365	0,1905	0,0860	-3149	-985	-4134	-3131	-985	-4116
5	4,50	29,42	0,8711	0,4912	0,2412	0,1146	-3316	-875	-4191	-2764	-875	-3639
6	5,00	31,05	0,8567	0,5158	0,2660	0,1289	-3383	-834	-4217	-2597	-834	-3430

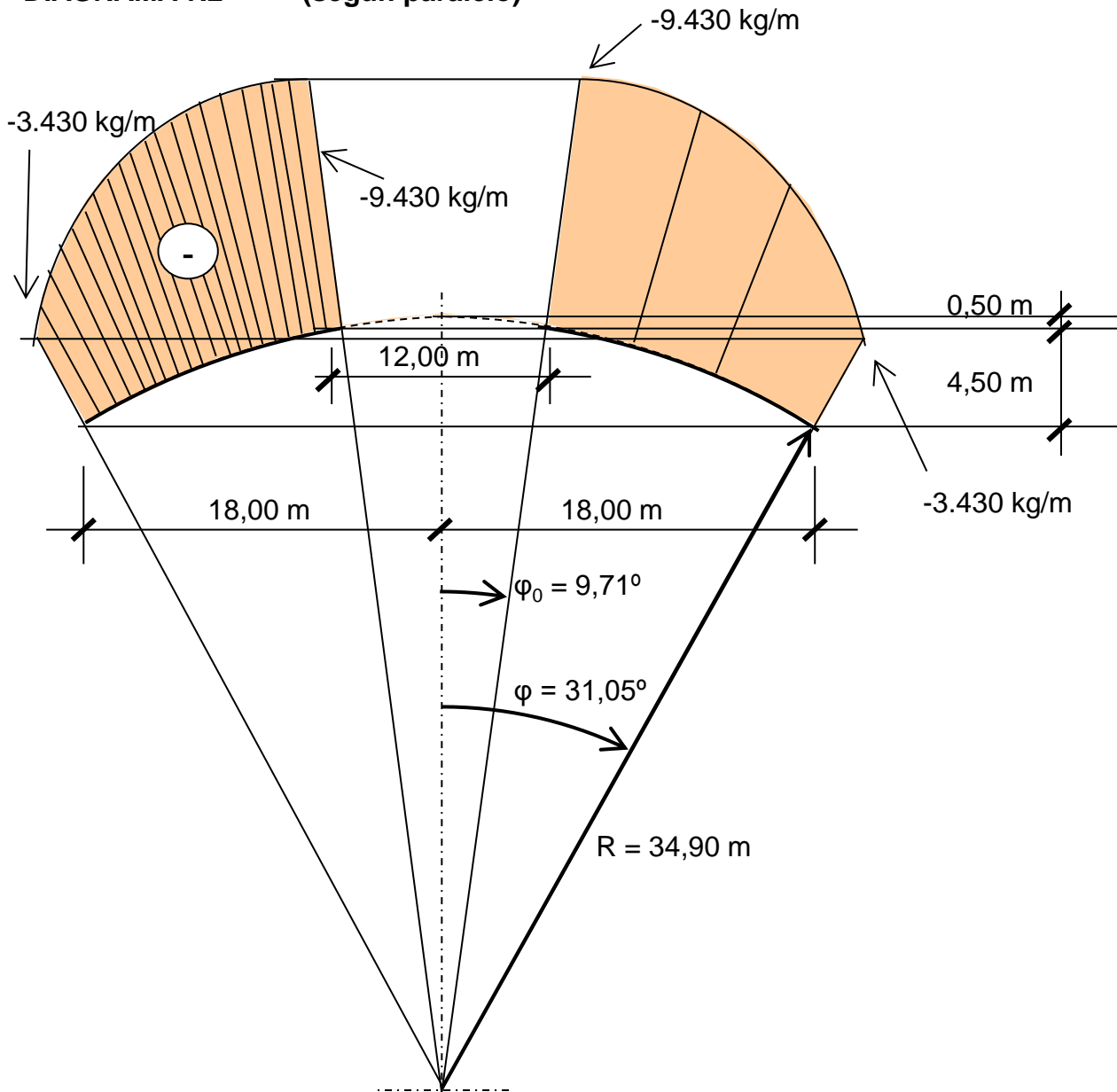
Máximo N1= - 4217 kg/m Máximo N2= - 9430 kg/m



Esta expresión del esfuerzo en la dirección de los meridianos, tiene en cuenta el esfuerzo por peso propio y además la carga concentrada P .

Siendo P la carga expresada en (kg/m) . Esto es la carga total (P_{total}) del lucernario (techo + paredes laterales) dividida el perímetro $= 2 \pi R = \pi \times D_0$

El ángulo φ_0 se corresponde con el límite de la circunferencia del lucernario, y se calcula geoméricamente siendo en nuestro caso $\varphi_0 = 9,71^\circ$, que corresponde a una circunferencia de diámetro $11,77 \text{ m}$, lo suficientemente próximo a $12,00 \text{ m}$ que era el requerimiento original de proyecto.

DIAGRAMA N2 (según paralelo)


$$N_2 = \underbrace{R \cdot g \frac{(\cos \varphi_0 - \cos \varphi)}{\sin^2 \varphi} - R \cdot g \cos \varphi}_{-N_1 \text{ debido a } (g)} - \underbrace{\frac{P}{\sin \varphi}}_{N_1 \text{ debido a } (P)}$$

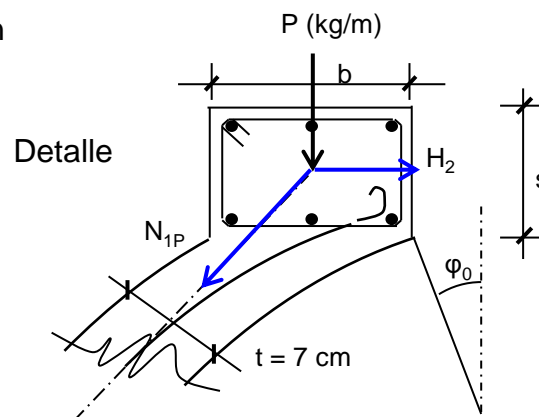
Esta expresión del esfuerzo en la dirección de los paralelos, tiene en cuenta el esfuerzo por peso propio y además la carga concentrada **P**, y como se ve en la ecuación, fuerte relación con los esfuerzos según los meridianos.

Una vez calculados los esfuerzos N_1 y N_2 , debemos verificar que las máximas tensiones de compresión σ'_b , que se originan con la mayor de las fuerzas, no sobrepase las tensiones admisibles del material.

$$\sigma'_b = \frac{N_2}{t \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm}} = \frac{9.430 \text{ kg}}{7 \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm}} = 13,47 \text{ kg/cm}^2 < \sigma'_b_{adm} = 15 \text{ kg/cm}^2 .$$

Ver Pandeo en pag.7

Cálculo del anillo de compresión



El anillo se calcula con una fuerza C:

$$C \text{ (kg)} = H_2 \text{ (kg/m)} \times D_0 / 2 \text{ (m)} = 2.510 \text{ (kg/m)} \times 12,00 / 2 \text{ (m)} = 15.060 \text{ kg}$$

Y se dimensiona como si fuese una columna:

$$C \text{ (kg)} \times \gamma = F_b \text{ (cm}^2\text{)} \times \sigma'_b \text{ (kg/cm}^2\text{)} + F_e \text{ (cm}^2\text{)} \times \sigma_{ek} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

$$C \text{ (kg)} \times \gamma = F_b \text{ (cm}^2\text{)} \times [\sigma'_b \text{ (kg/cm}^2\text{)} + \mu_0 \times \sigma_{ek} \text{ (kg/cm}^2\text{)}]$$

$$F_b \text{ (cm}^2\text{)} = s \times b = \frac{C \text{ (kg)} \times \gamma}{[\sigma'_b \text{ (kg/cm}^2\text{)} + \mu_0 \times \sigma_{ek} \text{ (kg/cm}^2\text{)}]} \quad \begin{array}{l} \gamma \geq 2,5 \\ \mu_0 = 1\% \end{array}$$

$$F_b \text{ (cm}^2\text{)} = s \times b = \frac{15.060 \text{ (kg)} \times 2,5}{[175 \text{ (kg/cm}^2\text{)} + 0,01 \times 4200 \text{ (kg/cm}^2\text{)}]} = 173,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Fijando } s = 15 \text{ cm} , \text{ queda: } b = 173,5 \text{ cm}^2 / 15 = 12 \text{ cm}$$

$$\mu_0 = 1\% = 0,01 = F_e / (s \times b)$$

$$F_e = 0,01 \times 15 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} = 1,80 \text{ cm}^2$$

Mínimo: **4 Ø 8**

ARMADURAS

Según meridianos: se deberá colocar una armadura con una cuantía mínima de $\omega_0 = 0,5\%$ para absorber los esfuerzos de tracción por variaciones de temperatura, contracciones de fragüe, flexiones debidas a eventuales cargas concentradas o perturbaciones de bordes.

$$Fe \text{ (cm}^2\text{)} = 0,005 \times 7 \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm} = 3,50 \text{ cm}^2$$

Ø 10 c/ 22 cm

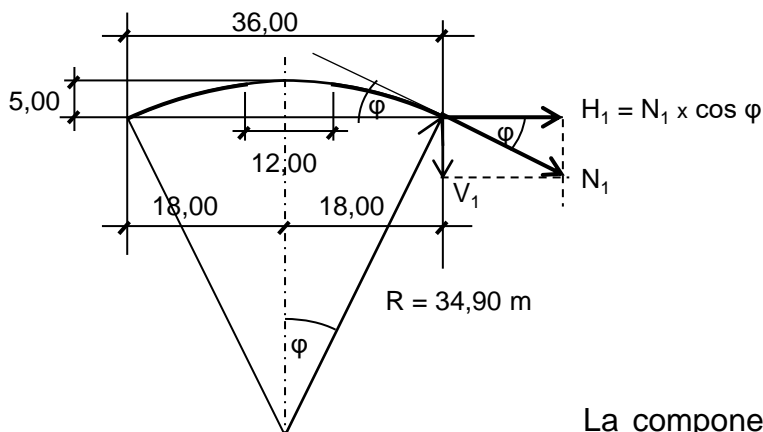
Según paralelos: se deberá absorber los esfuerzos de tracción según los paralelos, (que no es este caso). Esta armadura nunca inferior a una cuantía del 0,6%

$$Fe \text{ (cm}^2\text{)} = 0,006 \times 7 \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm} = 4,20 \text{ cm}^2$$

anular

Ø 10 c/ 18 cm

Esfuerzo en el borde del casquete:



$$N_1 = 4.217 \text{ kg/m}$$

$$\cos 31,05^\circ = 0,8567$$

$$H_1 = 3.612 \text{ kg/m}$$

$$\sin 31,05^\circ = 0,5158$$

$$V_1 = 2.175 \text{ kg/m}$$

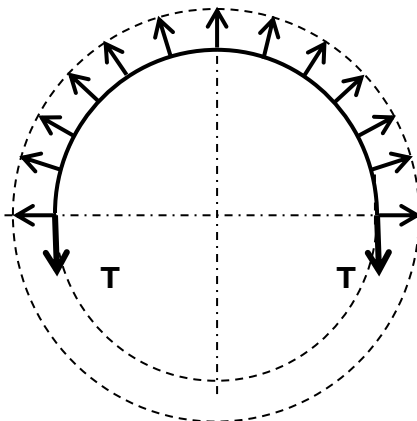
La componente H1, es un esfuerzo radial que deberá ser resistido por el anillo a tracción.

La sollicitación de tracción vale:

$$T \text{ (kg)} = H_1 \text{ (kg/m)} \times D / 2 \text{ (m)}$$

$$T \text{ (kg)} = 3.612 \text{ (kg/m)} \times 36,00 / 2 \text{ (m)}$$

$$T \text{ (kg)} = 65.028 \text{ (kg)}$$

**PLANTA**

$$Fe_3 \text{ (cm}^2\text{)} = \frac{T \text{ (kg)}}{\sigma_{e_{adm}} \text{ (kg/cm}^2\text{)}} = \frac{65.028 \text{ (kg)}}{2.400 \text{ (kg/cm}^2\text{)}} = 27,10 \text{ cm}^2$$

14 Ø 16

VIGA DE BORDE INFERIOR SOBRE APOYOS AISLADOS

En nuestro caso consideramos apoyos aislados, entonces la lámina funciona (en las proximidades del borde) como una viga de gran altura.

$$L = \pi D / n^{\circ} \text{ de columnas} = 3,1416 \times 36,00 / 15 = 7,50 \text{ m}$$

L: luz entre apoyos

$$H = L / 2 = 7,50 \text{ m} / 2 = 3,75 \text{ m}$$

D: 36,00 m

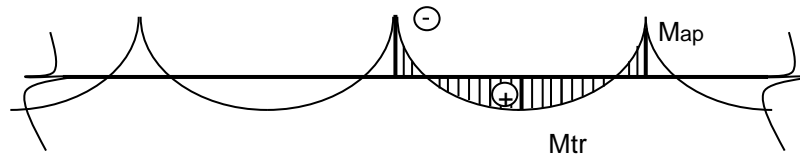
Cant. Apoyos: 15

H = altura aproximada de la viga

$$z = 2 / 3 \cdot H = 2 / 3 \times 3,75 \text{ m} = 2,50 \text{ m}$$

z : brazo de palanca

DIAGRAMA DE MOMENTO FLECTORES



$$M_{ap} = V_1 \cdot L^2 / 10$$

$$M_{tr} = V_1 \cdot L^2 / 14$$

$$M_{ap} = 2.175 \times 7,50^2 / 10 = 12.234 \text{ kgm}$$

$$M_{tr} = 2.175 \times 7,50^2 / 14 = 8.739 \text{ kgm}$$

$$\text{Corte} = 2.175 \times 7,50 / 2 = 8.156 \text{ kg}$$

Al ser una viga de gran altura, no hay problemas con las tensiones por corte. En todos los casos verifican.

$$\tau = 8.156 \text{ kg} / (250 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}) = 2,7 \text{ kg/cm}^2$$

ARMADURAS

$$F_{e_{ap}} (\text{cm}^2) = \frac{M_{ap} (\text{kgm})}{z (\text{m}) \cdot \sigma_{e_{adm}} (\text{kg/cm}^2)}$$

$$F_{e_{tr}} (\text{cm}^2) = \frac{M_{tr} (\text{kgm})}{z (\text{m}) \cdot \sigma_{e_{adm}} (\text{kg/cm}^2)}$$

$$F_{e_{ap}} (\text{cm}^2) = \frac{12.234 (\text{kgm})}{2,50 (\text{m}) \cdot 2.400 (\text{kg/cm}^2)}$$

$$F_{e_{tr}} (\text{cm}^2) = \frac{8.739 (\text{kgm})}{2,50 (\text{m}) \cdot 2.400 (\text{kg/cm}^2)}$$

$$F_{e_{ap}} (\text{cm}^2) = 2,04 \text{ cm}^2$$

$$F_{e_{tr}} (\text{cm}^2) = 1,46 \text{ cm}^2$$

Debido a los apoyos aislados, requiere muy poca armadura

SEMICORTE

