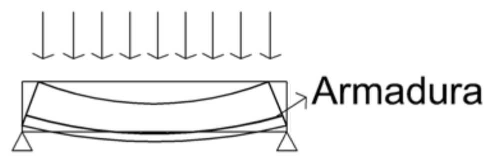
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC	ESTRUCTURAS – NIVEL 2 - PLAN DE ESTUDIOS 6		
GE1	Taller: VERTICAL III – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	Guía de estudio nro. 1: FLEXION EN HORMIGON ARMADO		
2013	Elaboró: Ing. Alejandro Nico	Revisión: 0	Fecha abril de 2020

1.- INTRODUCCION

Sea un elemento de ***Hormigón Armado*** sometida a cargas perpendiculares a su eje que, por lo tanto, la someten a esfuerzos de flexión y corte. Estos esfuerzos se traducen en la sección es acortamientos y estiramientos en distintos alturas de la sección que la someten a esfuerzos directos de tracción y compresión.



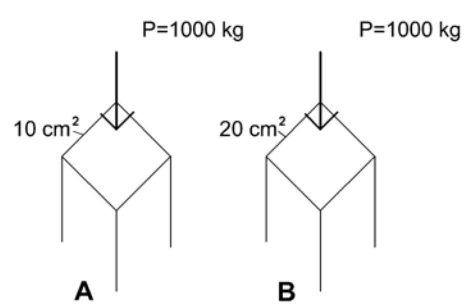
Los acortamientos y/o compresiones que se producen, en este caso, en la parte superior de la viga son perfectamente soportados por el hormigón (material eminentemente practico para este tipo de solicitaciones). Pero el hormigón no es capaz de "estirarse" o soportar esfuerzos de tracción y para ello es que se le agrega el acero conformando entonces el llamado Hormigón Armado.

En esta guía, se verá el proceso de dimensionado de una sección de hormigón armado sometida a flexión…es decir, conocer la cantidad necesaria de hormigón y acero para soportar las fuerzas necesarias de compresión y tracción respectivamente necesarias para equilibrar los esfuerzos externos

REPASO

R1 - CONCEPTO DE TENSION

Supóngase dos columnas o "tirantes" de madera de sección igual a 10cm2 y 20 cm^2 respectivamente sometidas ambas, a una fuerza de ***compresión*** de 1000 Kg. Si bien ambas reciben la misma carga es evidente que la que tiene menor sección estará más cerca de la posibilidad de romperse. Se está en presencia de un estado de compresión pura.



COLUMNAS DE DISTINTA SECCION SOMETIDAS A LA MISMA CARGA PUNTUAL

Efectivamente, cada cm^{2,} de cada tirante estará sometido a "***fuerzas unitarias***" distintas y que serán iguales a:

$$\boldsymbol{\sigma = P/A}$$

$$\boldsymbol{\sigma_A = 1000\ kg/10\ cm^2 = 100\ kg/cm^2}$$

$$\boldsymbol{\sigma_B = 1000\ kg/20\ cm^2 = 50\ kg/cm^2}$$

Las "***fuerzas unitarias***", en este caso de compresión simple (también lo serían en tracción simple) tendrán un valor uniforme e idéntico para cada cm2 de la sección y serán igual a la división de la carga total sobre el área que resiste. A estas fuerzas unitarias se las conoce como ***tensión***, y para este caso, como las "tensiones" son perpendiculares al área o sección en cuestión, se las llama ***tensión normal*** y se las anota con la letra griega ***σ, sigma***

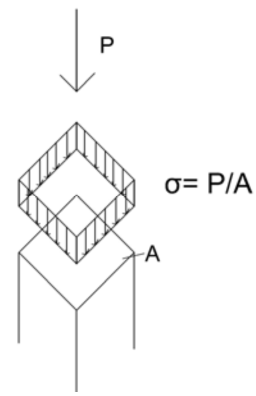


Diagrama de tensiones normales de una sección sometida a compresión pura

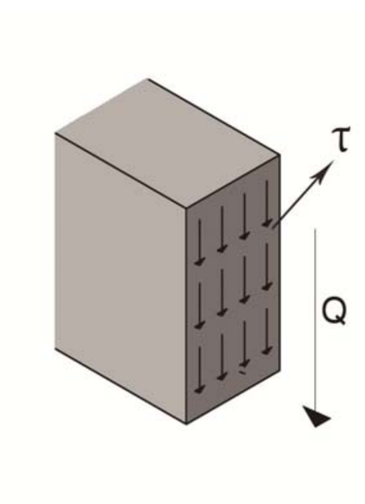


Diagrama de tensiones tangenciales de una sección sometida a corte pura Q

En cambio, si la fuerza, en lugar de ser normal o perpendicular a la sección, fuese ***"paralela"*** a la misma, provocada por un esfuerzo de cizallamiento ***o corte***, las tensiones resultantes serán también paralelas a la sección y se llaman ***tensiones tangenciales*** e identificadas con la letra griega ζ , tau

Resumiendo y de acuerdo a su forma de actuar se conocen a las tensiones como:

Tensiones	Nombre	Símbolo
Perpendiculares a la sección	*Normales*	*σ(sigma)*
Paralelas a la sección	*Tangenciales*	*ζ (tau)*

Los ejemplos mencionados anteriormente corresponden a los ***esfuerzos*** denominados ***"directos"*** es decir provocados por esfuerzos axiles N (de compresión o tracción) o de corte Q. Los ***momentos M***, ya sea de flexión o torsión también provocan en el elemento tensiones de compresión, tracción o corte, pero su entendimiento se vera en esta misma guía***… más adelante***

R.2.- UNIDADES

La unidad "natural" de una tensión es fuerza/área es decir

Kg/cm^2 o tn/cm^2 o tn/m^2,

o cualquier otra combinación que pudiera existir pero en la actualidad y de acuerdo al SIU (Sistema Internacional de Unidades) se está tendiendo al reemplazo por el ***Mpa (mega pascal)*** que tiene una equivalencia "aproximada" de

$10\ Kg/cm^2 \sim 1\ Mpa$

Es decir que, por ejemplo, una tensión de

$5000\ K/cm^2$ equivale a 500 mpa

R.2.1- TENSIONES DE TRABAJO, ROTURA, ADMISIBLES, CARACTERISTICAS.

La tensión, de la forma descripta en el punto anterior, es decir, la provocada por un determinado esfuerzo actuante sobre una sección es la que se conoce como tensión de trabajo, ya que es, la que esta "trabajando" por acción de la carga o esfuerzo (MNQ) y se la llamara:

$$\sigma_{TRAB}$$

Ahora bien, en contraposición con la tensión actuante o de trabajo, el ***material*** (madera, hierro, hormigón, aluminio, plástico, etc., etc.) reacciona "ofreciendo" en respuesta una ***tensión reactiva*** de igual magnitud que la primera. Si se aumenta la fuerza N, (manteniendo el área constante), la ***tensión de trabajo*** (o actuante) seguirá creciendo hasta que la tensión reactiva que ofrece el material supere la que este puede soportar de acuerdo a sus características (se intuye que, por ejemplo el acero resistirá mas que la madera)

Entonces, se dice, y de acuerdo al punto anterior, que una sección de un material rompe cuando la tensión de trabajo es mayor que la que soporta el material o tensión de rotura. **σ_{ROT}**

Esfuerzo → ***tensión (de trabajo)*** si es **>** ***tensión de rotura*** → ***rotura***

Supóngase, por ejemplo, que se quisiera ***romper una tiza***, para ello existen diferentes formas:

1.- "tratando de estirarla" es decir ***traccionandola***
2.- "tratando de acortarla" es decir ***comprimiéndola***
3.- "Haciéndole palanca" es decir ***flexionándola***
4.- "Tratando de cortarlas" es decir ***cizallándola***
5.- "Torciéndola" es decir ***torcionandola.***

Cualquiera de las formas anteriores conseguirá su objetivo de ***rotura*** cuando provoque sobre las secciones de la tiza ***tensiones*** normales y/o de corte ***mayores*** a las que el ***material*** es capaz de soportar.

Entonces, cuando se le dé ***"tamaño" o "forma"*** a un elemento estructural para que ***no se "rompa"*** lo que se busca es que aquellos sean tales que las ***tensiones de*** trabajo no superen las de ***roturas*** (o mejor dicho ***admisibles*** como se verá en el párrafo siguiente). A este procedimiento se lo conoce como ***DIMENSIONADO***, y es sobre lo que se trabajara en la siguiente parte de este curso para distintos materiales.

En el procedimiento de cálculo, y por cuestiones de seguridad evidentes (y para no "trabajar" al límite del material"), no se utilizan las tensiones de rotura sino que se busca que las tensiones de trabajo no superen a las llamadas ***tensiones admisibles*** σ_{ADM} que son iguales a la tensión de rotura afectada de un coeficiente de seguridad

$$\sigma_{adm} = \sigma_{ROT} / \gamma$$

Donde γ (gamma) (mayor a 1) es el ***coeficiente de seguridad*** que depende del cada material (no de su resistencia sino de la confiabilidad en la variabilidad de la misma)

También existe otra tensión posible, que es la llamada característica σ_k , utilizada en el dimensionado del hormigón armado, y que se define como "***dentro de un posible espectro de tensiones de rotura para un mismo material (por la variabilidad que provoca su heterogeneidad) se denomina tensión característica a aquella que puede ser superada por el 95% de los ensayos del material utilizado en determinada obra)…",*** .en otras palabras, y a los efectos prácticos de este nivel del curso puede suponerse como la tensión de rotura

Resumiendo, se definen 4 tipos de tensiones (normales o de trabajo)

σ_{TRAB} = La tensión que están provocando los esfuerzos externos sobre la sección

σ_{ROT} = La tensión propia del material que provoca su rotura

σ_{adm} = Una tensión de rotura "ficticia" del material (menor que la de rotura) con la cual se realizan los dimensionados.

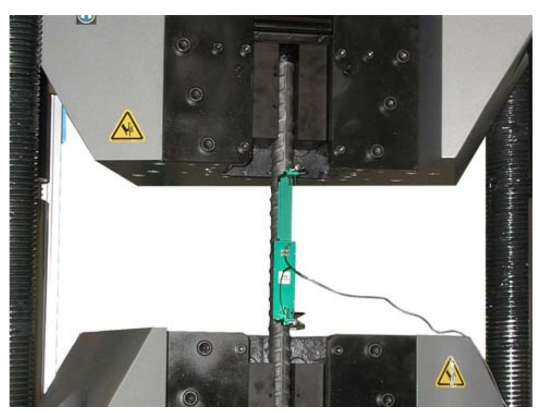
σ_k ="Tensión de rotura" pero con un alcance estadístico

R 3.- DIAGRAMAS TENSIONES-DEFORMACIONES

El conocimiento del valor de las tensiones que ocurren en una sección sometida a cualquier esfuerzo (M-N-Q) (de trabajo) es indispensable para poder compararlos con los correspondientes valores admisibles o de rotura y así poder dimensionar la pieza. Y para ello se va recorrer el camino de analizar primero las deformaciones (*visibles*, *tangibles y "entendibles"*) que suceden en la sección producto de esos esfuerzos, y luego deducir las tensiones correspondientes *(invisibles e intangibles*). Y el vínculo de unión entre ambas es el llamado ***diagrama tensiones deformaciones:***

Las fotos siguiente muestran los ensayos necesarios para realizar el diagrama tensiones deformaciones en una probeta de hormigón y una barra de acero

MEDICION DE DEFORMACIONES EN HORMIGON



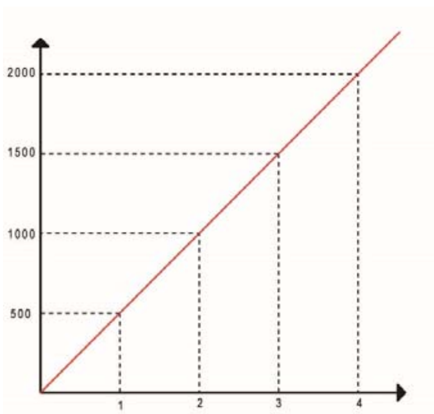
ENSAYO A TRACCION DE UNA BARRA DEACERO

El ensayo consiste en ir midiendo en un micrómetro las deformaciones (o mejor aun las deformaciones especificas o unitarias **ξ** (épsilon)) de acuerdo al crecimiento de las tensiones provocadas por la fuerza de tracción.

Supongamos que el área de la barra es de 2 cm^2 entonces para cada fuerza P se tendrá una tensión P/2 cm^2 y el correspondientes estiramiento o deformación **ξ.** Se tendría entonces, por ejemplo, la siguiente tabla:

Carga	Tensión σ	Deformación	Punto
1000	500	1	A
2000	1000	2	B
3000	1500	3	C
4000	2000	4	D

Graficando los valores anteriores se tienen:

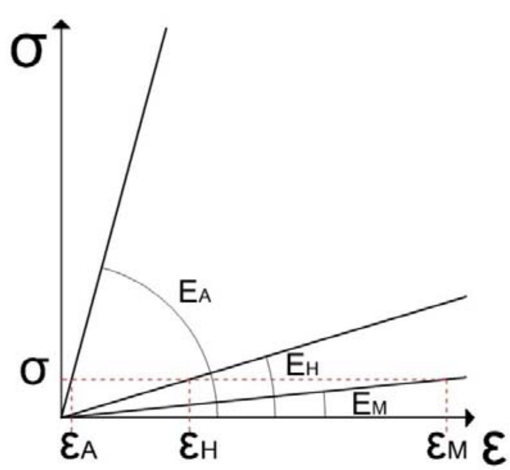


CURVA TENSIONES DEFORMACIONES

El diagrama anterior muestra que la relación entre las deformaciones específicas producidas por las tensiones actuantes tiene la forma de una recta pasando por el origen. Muchos (pero no todos) materiales se comportan de esta forma y a esto se lo llama ley de hooke, donde las tensiones son proporcionales a las deformaciones a través de una constante que, de acuerdo a la ecuación de una recta y = m x, representa la pendiente de la recta y que se denomina Modulo de Elasticidad

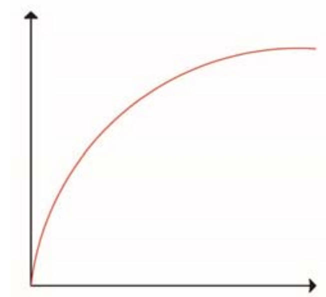
$$\boldsymbol{\sigma = E\,\xi} \quad (****)$$

Si E es mayor (menos “elástico el material”) la pendiente de la recta es mayor y para iguales tensiones se producen menos deformaciones.



MODULO DE ELASTICIDAD PARA DISTINTOS MATERIALES

Pero, como ya se adelanto no todos los materiales son así (o por lo menos en todo su "recorrido") y generalmente presentan el siguiente comportamiento:

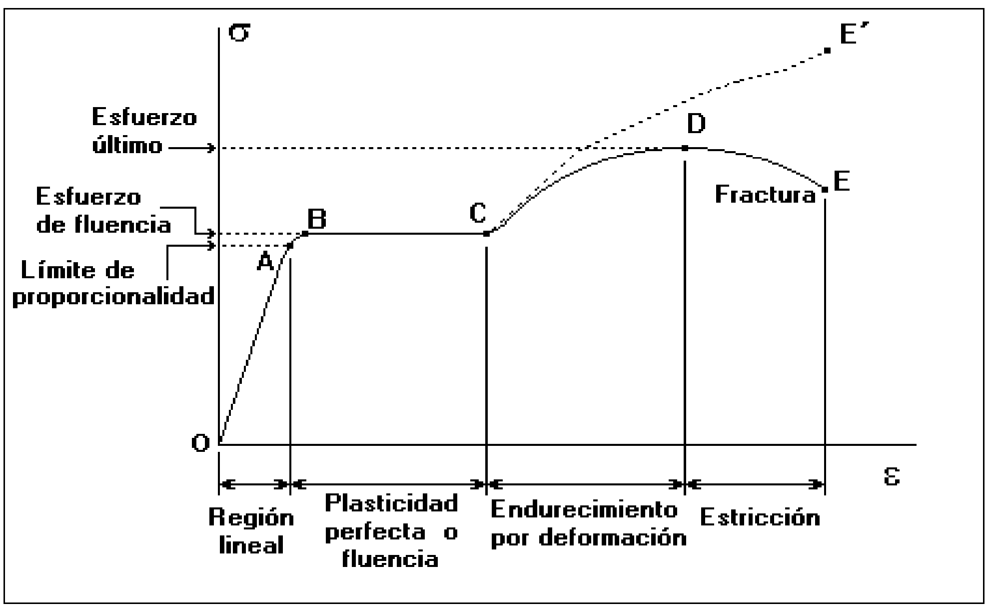


CURVA TENSIONES DEFORMACIONES PARA CUALQUIER MATERIAL

La curva anterior indica que, si bien a mayor tensión ocurren también mayores deformaciones, no existe una proporcionalidad permanente sino que a medida que la tensión crece más rápido crece la deformación.

R.3.1 Caso particular del acero

Desde el punto de vista de su conformación, el acero es un material ***isótropo y homogéneo***, y como material estructural se comporta, dentro de ciertos límites en forma ***elástica.*** Pero el diagrama total presenta la siguiente forma



CURVA TENSIONES/DEFORMACIONES PARA EL ACERO

Si se lleva sobre el eje horizontal los alargamientos y sobre la ordenada las tensiones, se observa que hay una primer zona, donde las deformaciones son proporcionales a las tensiones (recorrido O-A, región lineal). El acero en esta primer etapa tiene un comportamiento "hookiano" y se expresa la siguiente manera:

$$\sigma = E \, \xi$$

El *Módulo de Elasticidad* E del acero, durante este periodo vale ***2.100.000 Kg/cm²***.

Si se quita la carga en cualquier punto de este primer recorrió se recupera íntegramente la deformación producida. Se dice que se está en presencia de ***"deformaciones elásticas".***

A partir del punto A se produce un alargamiento de la barra sin aumentar prácticamente la tensión, "el material entra en fluencia", y la tensión correspondiente a este período se denomina ***tensión de fluencia***. Ahora si retira la carga, la barra recupera parte de su deformación pero no toda. Efectivamente quedara un estiramiento remanente, producido por deformaciones plásticas = la deformación entre los puntos A-C es ***una deformación "elastoplastica***"

Posteriormente y a partir del punto C, el material recupera su resistencia, sin cumplir la Ley de Hooke, pasando por el punto de máxima tensión y llegando finalmente a la rotura, para una deformación del orden del 20%.

Como se ya se comento, para tensiones inferiores al límite de proporcionalidad, el material puede considerarse perfectamente elástico; por encima de este límite, parte de la deformación se conserva al descargar la barra. Es decir se presentan deformaciones permanentes. Para que la estructura esté siempre en condiciones elásticas y no exista la posibilidad de deformaciones permanentes, la tensión de trabajo o **tensión admisible** debe adoptarse por debajo del límite de proporcionalidad. Se toma como tensión admisible del material, la tensión de fluencia dividida por un coeficiente de seguridad.

Por ejemplo en el caso del ***acero de dureza natural ADN 420***, tomando un coeficiente de seguridad = 1,75, la tensión admisible será:

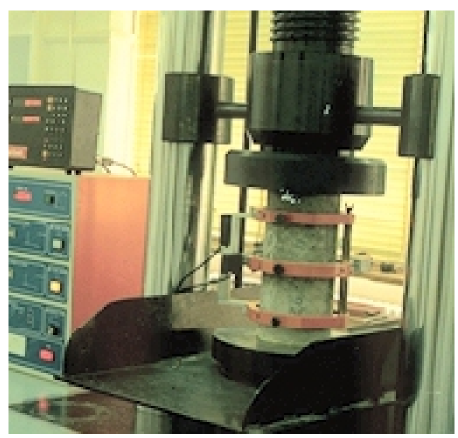
$$\sigma_{adm} = \sigma_{fluencia} \div 1.75 = 4200(kg/cm^2) / 1.75 = 2400\ kg/cm^2 \text{ (VER TABLA 1)}$$

Para el caso de estructuras conformadas por perfiles laminados o tubos estructurales, la tensión de fluencia es de 2400 kg/cm2, y el coeficiente de seguridad es 1.6

$$\sigma_{adm} = \sigma_{fluencia} \div 1.6 = 1500\ kg/cm^2$$

R 3.2.- Caso particular del hormigón:

La siguiente imagen muestra el ensayo que se realiza sobre una probeta de hormigón de 15 x 30 para medir las deformaciones que sufre la misma a medida que se incrementa la carga actuante (y por lo tanto la tensión)



ENSAYO PARA DETERMINAR DEFORMACIONES DEL HORMIGON

Si se llevaran los valores obtenidos a un grafico tensiones deformaciones se obtendría una curva como la de la figura siguiente.

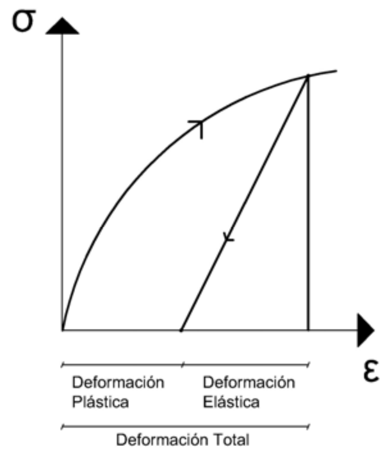
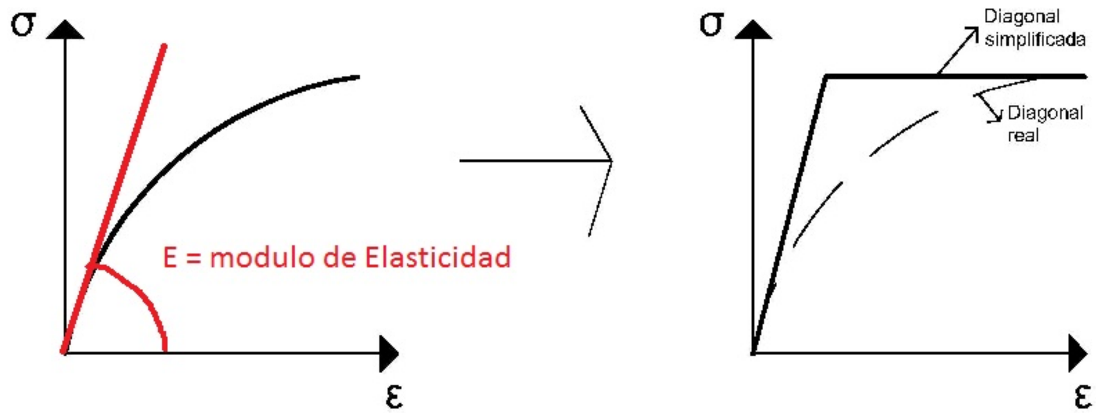


Diagrama tensiones-deformaciones del hormigón

Como se observa en el diagrama la rama ascendente no es recta como ocurría con los materiales que cumplen la ley de Hooke, sino que es curva (a medida que aumenta la carga, "mas se deforma el material (proporcionalmente). Además, si descargamos la probeta en algún punto, se ve que la deformación (rama descendente) no vuelve al origen sino que queda una deformación remanente o plástica: Las deformaciones que se provocan sobre el hormigón son elastoplasticas….una parte se recupera y otra no

Por cuestiones prácticas que se verán más adelante la curva real se reemplaza por dos rectas quedando el diagrama simplificado de la derecha

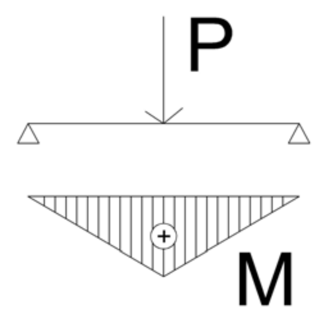


MODULO DE ELASTICIDAD DEL HORMIGON Y DIAGRAMA SIMPLIFICADO

Recordando, que el modulo de Elasticidad de un material, es la pendiente del correspondiente diagrama tensiones deformaciones, para el hormigón tiene un valor aproximado de 300.000 kg/cm^2 equivalente a 30000 Mpa. Vale recordar que para el acero ese valor es de 210.000 Mpa, casi 7 veces mayor, lo que en términos prácticos significa que a igualdad de largo y sección de una pieza de acero y otra de hormigón esta se va a deformar 7 veces más.

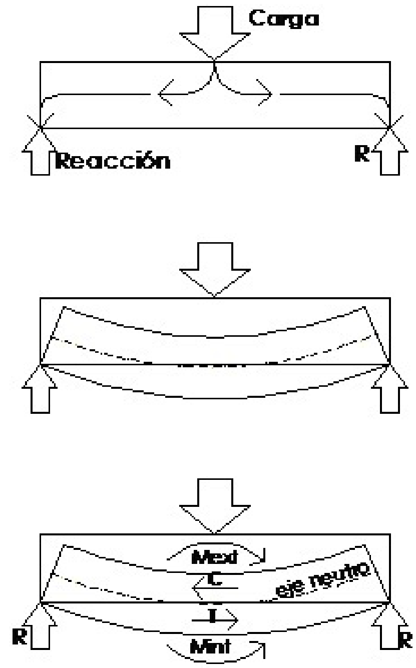
2.- FLEXION SIMPLE (EN GENERAL)

A continuación y, a modo de recordatorio y comparación, se verán algunos conceptos ya vistos en aquel nivel 1, respecto al comportamiento de una sección cualquiera frente a un esfuerzo de flexión

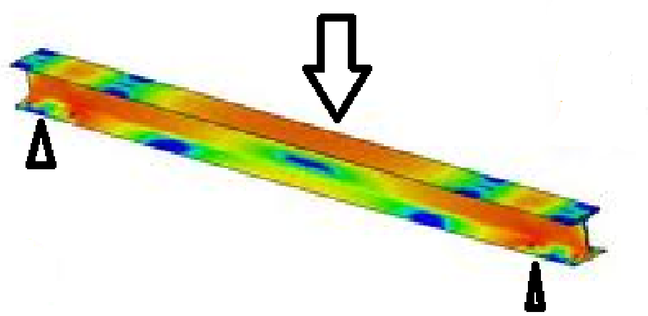


2.1.- COMPORTAMIENTO DE UN ELEMENTO SOMETIDO A UN MOMENTO FLECTOR

Las **vigas** son elementos estructurales de directriz recta que resisten fundamentalmente por **flexión y corte**. Además de poder resistir las fuerzas que actúan sobre su eje (esfuerzos axiles) pueden recibir, mediante esfuerzos internos, fuerzas perpendiculares al eje y transportarlas lateralmente a lo largo del mismo. Una viga de sección llena modifica 90º la dirección de las fuerzas y las desplaza a lo largo de su eje hacia los apoyos extremos. (fig. a). Las vigas sufren un momento de giro externo llamado **momento flector**. Las fuerzas externas (cargas y reacciones), al no estar en una misma recta de acción, producen la rotación de los extremos libres (puntos de apoyo), que generan la curvatura del eje longitudinal: **flexión** (fig. b). Debido a la deformación por flexión, algunas fibras se acortan o comprimen y otras se alargan o traccionan. Estas tensiones de de tracción y compresión producen un momento interno que equilibrará al momento externo dibujo a (fig. c).



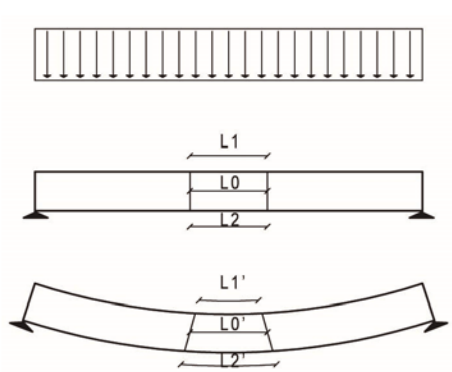
COMPORTAMIENTO DE UNA VIGA SOMETIDA A FLEXION



LINEA DE ISOTENSIONES DE UNA VIGA SOMETIDA A UNA CARGA PUNTUAL

2.2.- DEFORMACIONES Y TENSIONES NORMALES EN FLEXION

Cuando la viga se deforma, la pieza o una sección cualquiera adoptara una nueva forma de tal manera que:



Después de la deformación:

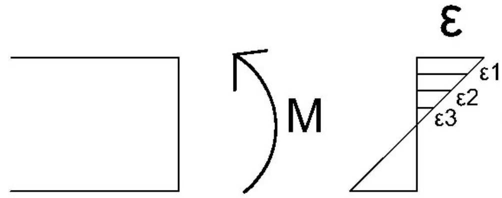
L1´ < L1 → achicamiento

L0´ = L0 → eje neutro

L2´ > L2 → alargamiento

En otras palabras, después de la deformación hubo fibras que se acortaron y otras que se alargaron. Y por lo tanto algunas se comprimieron y otras se traccionaron. El conocimiento de esta situación es de vital importancia en el hormigón armado que es donde se coloca el hierro, ya que el hormigón no es capaz de soportar tracciones.

Si se hace un corte en una sección cualquiera de la viga y se dibuja en una escala conveniente los distintos alargamientos y acortamientos se tendrá un diagrama de deformaciones como el de la figura. Las fibras más alejadas del baricentro de la sección serán las que más se acortan o alargan y disminuye el valor hacia el centro o ***eje neutro*** de la sección



DEFORMACIONES EN UNA SECCION DE UN MATERIAL SOMETIDO A FLEXION

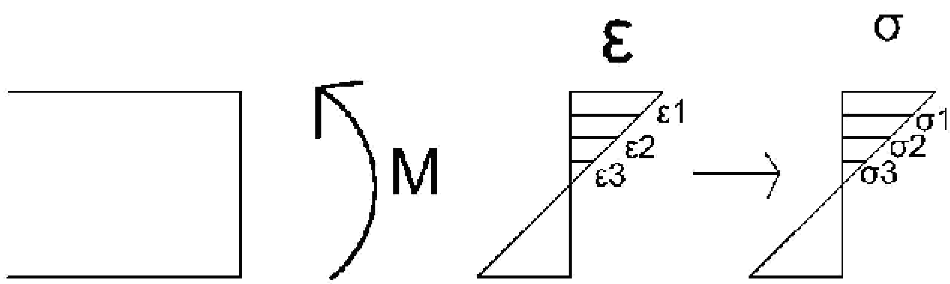
Estas deformaciones ***"se transformaran"*** en tensiones de acuerdo al diagrama tensiones deformaciones de cada tipo de material y el conocimiento de este nuevo diagrama de tensiones permitirá realizar el dimensionamiento, en un caso para materiales homogéneos (hierro y madera) o para el hormigón armado, material heterogéneo.

2.2.1.- FLEXION EN MATERIALES HOMOGENEOS (VER G.E NIVEL 1-PLAN 6)

Para Materiales homogéneos (por ejemplo hierro y madera) se supone que la relación entre las tensiones y las deformaciones guarda una relación lineal a través del modulo de elasticidad E.

Se observa una proporcionalidad entre las tensiones y deformaciones, ligadas por un parámetro constante denominado modulo de elasticidad E (que depende del material). Entonces el diagrama lineal de deformaciones que menciono en el **punto R 3** se transforma en otro de tensiones normales "modificado en escala" por el mencionado modulo de elasticidad E.

$$\sigma = E\,\xi$$

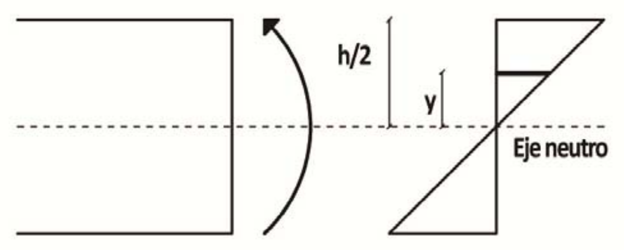


DEFORMACIONES Y TENSIONES PARA UN MATERIAL HOMOGENEO

Las tensiones para un material homogéneo, tendrán una variación "triangular" empezando por un máximo de compresión, pasando por un valor nulo ***(eje neutro)***, y terminando con un máximo de tracción (todo esto para un momento positivo). Se demuestra que el valor de la tensión a una distancia y del eje neutro valdrá

$$\sigma_y = M.y/J$$

$\sigma max = M/W$



Donde

M es el ***momento flector*** actuante

y es la ***distancia*** de la fibra al ***eje neutro***

J momento de inercia de la sección

DIAGRAMA DE TENSIONES PARA UN MATERIAL HOMOGENEO

El valor máximo de la tensión, estará a una distancia y = h/2, entonces la formula anterior queda:

$$\sigma max = M.h/ (2.J) \qquad \qquad XX$$

Tanto h como J son propiedades geométricas de la sección y se las unifica en un nuevo concepto que es el ***"modulo resistente"*** de la sección:

$$W = J/h/2$$

La formula **XX** queda entones

$$\sigma_{max} = M / W$$

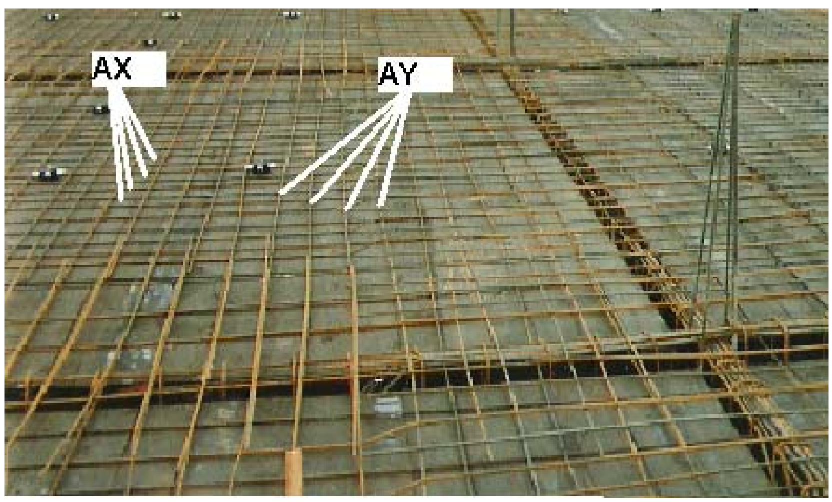
La formula anterior, conocida como ***"formula del espejo"*** permitirá conocer la ***tensión máxima de trabajo*** que comparándola con **la tensión admisible del material** permitira dimensionar un elemento estructural de un material homogéneo sometido a flexión.

3.- FLEXION EN HORMIGON ARMADO

A diferencia de los materiales homogéneos recién vistos, el hormigón armado es un material heterogéneo formado por hormigón por un lado y hierro o armadura por otra, esta última con la función principal de soportar los esfuerzos de tracción que el hormigón no es capaz de soportar.

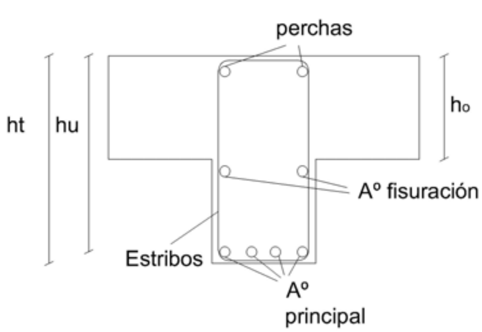
En una estructura de hormigón armado existen dos elementos que por sus características soportan esfuerzos de flexión: las losas y vigas, ya que ambas coinciden en recibir cargas perpendiculares a su plano o eje:

Se define ***losas*** a los elementos planos, en los que dos de sus dimensiones predominan sobre la tercera, (el espesor), cargados perpendicularmente a su plano medio. Las losas reciben las cargas llamadas "útiles" y las transmiten a sus apoyos, que son las vigas.

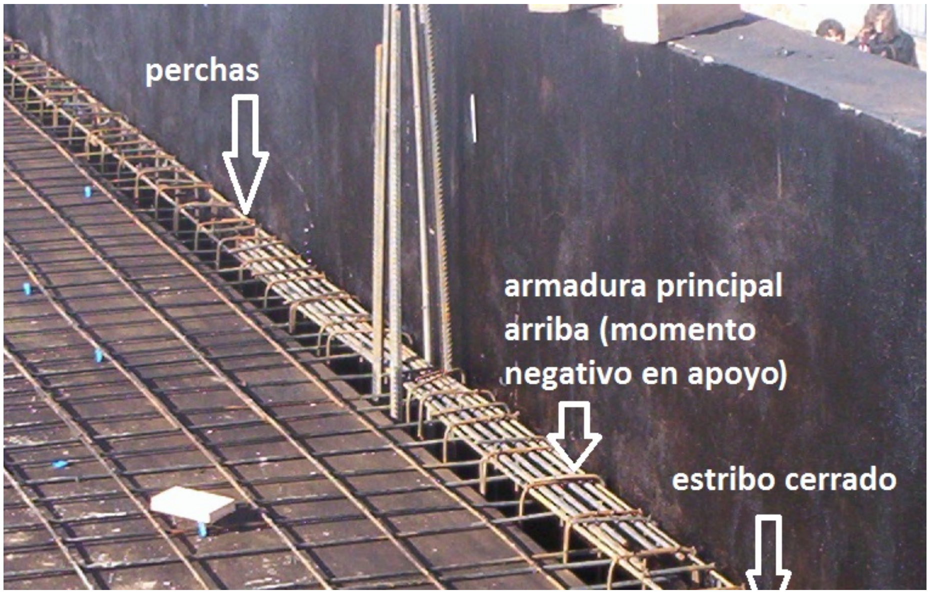


Las vigas en cambio son elementos estructurales lineales, es decir que una de las dimensiones, la longitud (luz entre apoyos (columnas)), predomina sobre las otras dos: el ancho y la altura. Habitualmente reciben las reacciones de las losas que sobre las vigas apoyan y las mamposterías superiores que sobre ellas apoyan.

Geométrica y resistentemente una viga está compuesta de los siguientes elementos:



La armadura principal es la encargada de absorber las tracciones producidas por el momento flector (abajo si el momento es positivo, arriba si es negativo).
Los estribos son anillos cerrados encargados de toma el esfuerzo de corte.
Las perchas son armadura secundaria donde cuelgan los estribos.



3.1.- RESISTENCIA DEL HORMIGON Y EL ACERO

El proceso de dimensionado de cualquier sección se resume en la comparación del valor de la tensión (cualquiera sea…tracción, compresión corte) actuante o llamada de "trabajo" y la que el material con el que está hecho la sección es capaz de aportar en contrapartida.

Por lo tanto si se quiere dimensionar una sección de hormigón armado debe saberse cuales son las tensiones de trabajo que se producen (ver adelante) y que tensiones de rotura ofrecen el hormigón y el acero

El hormigón y el acero tienen resistencias totalmente diferentes: el primero tiene resistencias a compresión que van desde los 150 kg/cm^2 (15 Mpa) a 600 Kg/ cm^2 (60 Mpa) siendo los más comunes de 15 a 30 Mpa, dependiendo de los tipos y cantidades de cada uno de los elementos constitutivos y especialmente de la razón agua/cemento. El valor se obtiene determinando la carga necesaria para romper una probeta cilíndrica normalizada de 15 cm de diámetro por 30 cm de altura

La nomenclatura utilizada para calificar la resistencia del hormigón es la siguiente

σ'_{bk}

Donde
σ = tensión normal
´ = compresión
b = hormigón (betón en alemán)
k = característico (es como si fuera de rotura)

Estrictamente hablando, el término "característico" involucra la variabilidad existente en la determinación una "única" resistencia de una misma obra, entonces la ***resistencia característica*** es:

"aquella que tiene una probabilidad del 95% de ser superada por un ensayo de la población tomada al azar"

En términos más simplificados (pero erróneo "al fin") la resistencia característica "seria" (de todas las diferentes resistencias presentes por la heterogeneidad del hormigón) la mínima resistencia presente en el hormigón de una obra, siempre hablando de resistencias ultimas o de rotura. Nótese que en este caso (y también en el hierro para el caso del hormigón armado) se habla de resistencia de rotura y no admisibles, ya que los coeficientes de seguridad afectaran las solicitaciones y no los materiales como se verá más adelante.

Entonces comercialmente el hormigón se "compra" de la siguiente manera de acuerdo al propuesto en el cálculo estructural

H21 ⟶ hormigón con 21 Mpa de σ'_{bk}

En cambio el acero tiene una resistencia mucho mayor y menos variable y se toma igual a:

$$\sigma_{ek} = 4200\ kg/cm^2 = 420\ mpa$$

Donde

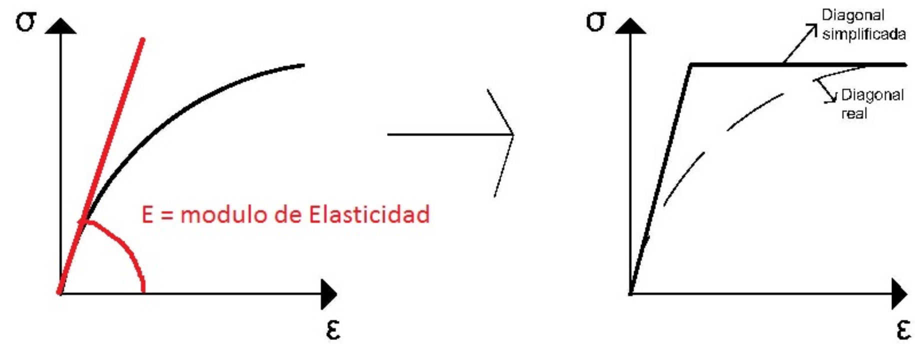
σ = tensión normal de tracción
e = acero
k = característico (es "como" de rotura)

Comercialmente el hierro se presenta en barras redondas conformadas (rebarbas para aumentar la adherencia con el hormigón) de 12 mts de largo y con distintos diámetros que proveen las correspondientes secciones de acero: **(S=π.Φ²/4)**

3.2.- DIAGRAMA DE TENSIONES DE UNA SECCION DE H° A° SOMETIDA A FLEXION

Sea una viga de hormigón armado sometida a una carga que le provoca una flexión

Para poder dimensionarla, y de acuerdo a lo comentado en el punto anterior, es necesario conocer cuáles son las ***tensiones de trabajo*** que se producen en la sección. Y para este entendimiento debe recordarse como es el diagrama de deformaciones del hormigón:



En una sección cualquiera, por efecto del momento flector, algunas ***fibras se acortaran*** y otras ***se alargaran***. Y de la misma manera vista para un material homogéneo, se transforman las deformaciones del hormigón en tensiones con el ***diagrama tensiones/deformaciones simplificado*** (ver g.e Nivel 1)

En el caso particular del hormigón las ***"fibras alargadas"*** en realidad se fisuran por la ya comentada poca resistencia del material a los esfuerzos de tracción.

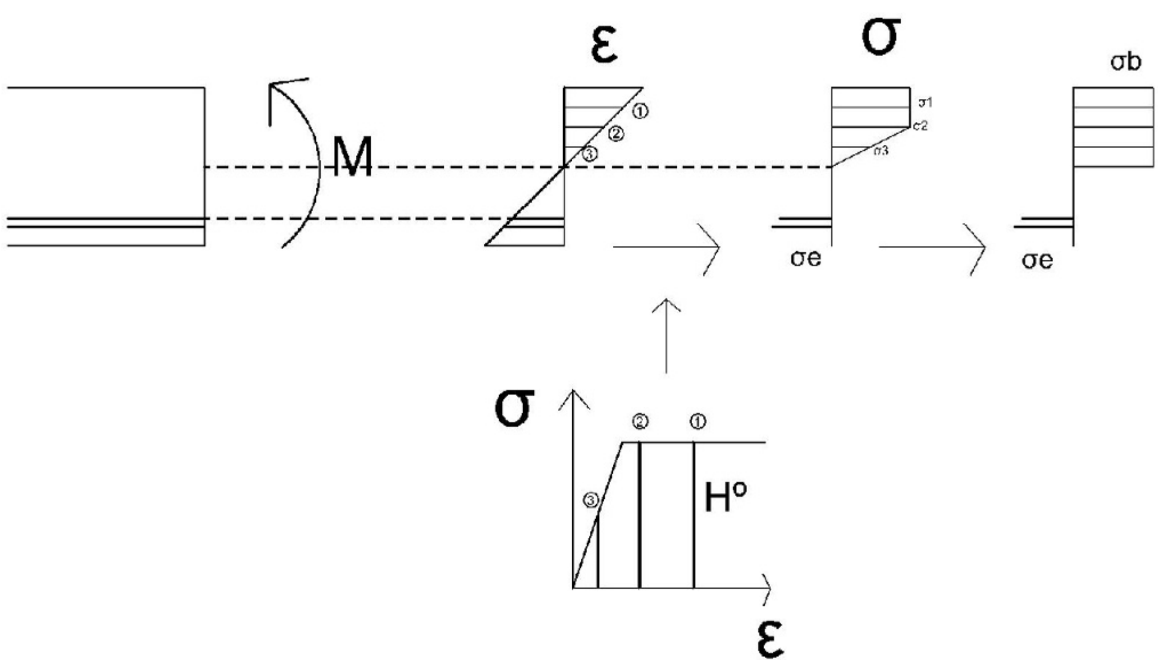


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES Y TENSIONES PARA UNA SECCION DE HORMIGON ARMADO SOMETIDA A FLEXION

En la parte C de la figura se simplifica el diagrama de tensiones del hormigón por uno de forma rectangular. En otras palabras se supone que si bien cada fibra tiene un acortamiento propio y diferente, por la "plasticidad" del hormigón, este transforma estos diferentes acortamientos en únicas e iguales tensiones

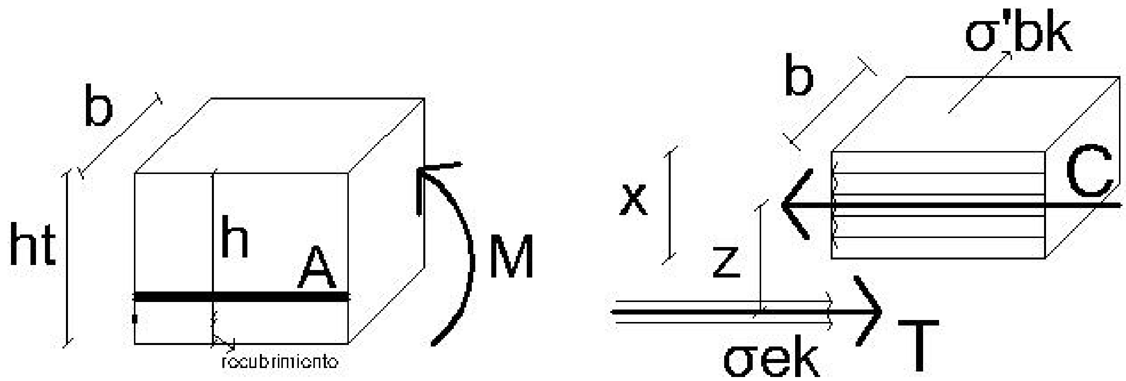
3.3.- DIMENSIONADO DE UNA PIEZA DE HORMIGON ARMADO SOMETIDA A FLEXION.

Para facilitar el dimensionado de un elemento de hormigón armado sometido a flexión, se enumeran a continuación una serie de hipótesis necesarias que permitirán simplificar el mismo

- Se desprecia totalmente la poca resistencia a tracción que aporta el hormigón
- Toda la tracción es absorbida por el acero
- Se supone que el hormigón presenta una diagrama rectangular de tensiones o que tiene todas sus fibras comprimidas plastificadas

3.3.1.- NOMENCLATURA

En la figura siguiente se puede observar la sección de una viga de hormigón armado sometida a un momento flector y las tensiones reactivas actuantes



NOMENCLATURA DE GEOMETRIA Y TENSIONES EN UNA SECCION DE HORMIGON ARMADO SOMETIDA A UN MOMENTO M

Quedan así definidos los siguientes parámetros geométricos y resistentes

- C = Fuerza resultante de compresión del hormigón
- T = Fuerza resultante de tracción del acero
- ht = altura total de la sección
- hu o simplemente h = altura útil, desde la armadura hasta el tope del hormigón
- r = recubrimiento, altura del hormigón que recubre la armadura e igual a ht – hu
- b = ancho de la sección
- z = brazo de palanca entre C y T
- x = altura del hormigón comprimido o profundidad del eje neutro
- M = momento exterior actuante en la sección
- σ_{ek} = tensión del acero
- σ'_{bk} = tensión del hormigón

3.2.2.- ECUACIONES DE EQUILIBRIO:

Con el fin de dimensionar la sección se plantean entonces las siguientes ecuaciones de equilibrio de momentos y fuerzas (ver nomenclaturas en punto anterior)

3.2.2.1.-1er ECUACION: EQUILIBRIO DE MOMENTOS:

Planteando el equilibrio respecto al punto o se tiene que

$$\Sigma M_o = T \cdot z = M$$

O sea que:

$$A \cdot \sigma_{ek} \cdot z = M$$

Suponiendo que el brazo de palanca se impone o conoce entonces:

$$A_{nec} = M / \sigma_{ek} \cdot z$$

La formula anterior no tiene en cuenta ningún tipo de coeficiente de seguridad, ya que como se comento anteriormente el valor σ_{ek}, característico, es un valor de rotura, entonces lo que se hace es "agrandar" la solicitación o momento flector externo a través de un coeficiente de mayoracion, obteniendo el momento último:

$$Mu = M \cdot \gamma$$

Finalmente, entonces:

$$\boxed{A_{nec} = M \cdot \gamma / \sigma_{ek} \cdot z \quad (*)}$$

De la formula anterior son conocidos o datos:

M Momento máximo actuante en la viga)

γ coeficiente de mayoracion del momento o coeficiente de seguridad (depende del reglamento vigente pero se puede tomar 1,75

σ_{ek} tensión caracterisitca o "de rotura" del acero utilizado 4200 kg/cm^2 ,

Por lo tanto para hallar la A_{nec} , uno de los objetivos del dimensionado, hay que conocer el brazo de palanca z. Este dependerá de la ***altura hu*** de la sección y de la profundidad del eje neutro.

Entonces, en este proceso de dimensionado es necesario "fijar" de alguna manera el "tamaño" de la sección de hormigón para poder conocer su armadura

DETERMINACION DE LA ALTURA UTIL (hu)

La hu se predeterminara por condiciones "reglamentarias" o "habituales" de baja deformabilidad

$$hu = L / c$$

Donde:

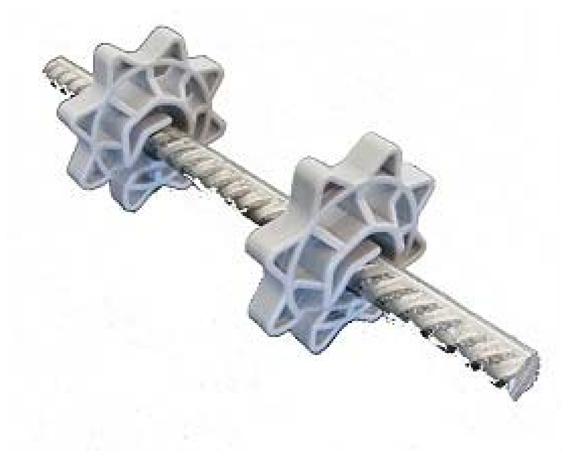
hu: *altura útil de sección*, desde la armadura hasta la fibra comprimida más alejada (borde superior).

L: luz ***de cálculo*** (que en principio se puede tomar como la distancia entre ejes de columnas (para vigas) o entre ejes de vigas (para losas), aunque depende de otros factores)

c: ***coeficiente*** que depende de las condiciones de borde que se verán en guías de estudio siguientes donde se trate de cada elemento en particular (vigas/losa

Una vez obtenida la altura útil, le sumamos el recubrimiento y obtenemos la altura total de la viga:

ht = hu + recubrimiento

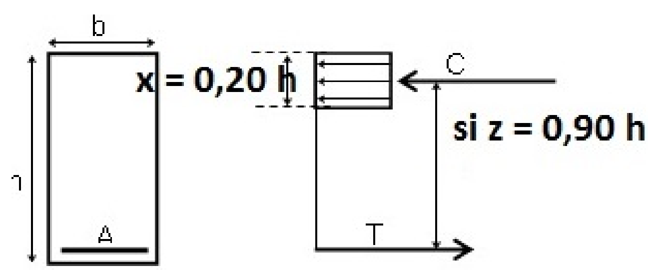


"SEPARADORES" PARA GENERAR EL RECUBRIMIENTO

DETERMINACION DEL BRAZO DE PALANCA Z Y LA PROFUNDIDAD DEL EJE NEUTRO X

Una vez definido el hu de acuerdo al punto anterior es necesario conocer el z.

En principio el ***z o brazo de palanca se supondrá = a 0,90 h*** por lo que la profundidad del eje neutro se supondrá en una primer instancia = a 0,20 de hu (20%). Esta suposición se verificara con la siguiente ecuación de equilibrio.



3.2.2.2.- 2da ECUACION: EQUILIBRIO DE FUERZAS:

$$\Sigma F = 0$$

$$T = C$$

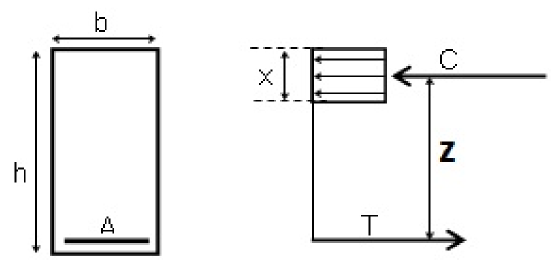
$$A . \ \sigma_{ek,} = B . \sigma'_{bk} = x . b . \sigma'_{bk}$$

Entonces:

$$x = A. \ \sigma_{ek} / \ b. \sigma'_{bk}$$

Todos los parámetros de la formula anterior son conocidos por lo cual es posible calcular x. Para que todas las suposiciones sean correctas, el valor de x obtenido, debe ser inferior a 0,2 h. Si el valor de x encontrado es mayor, resulta que la suposición que z = 0,90 h es errónea, entonces se recalcula la armadura (formula (*)) con z = 0,85 h, y se verifica que x sea > a 0,30.h. (b es el ancho de la sección definido por cuestiones arquitectónicas)

Efectivamente de la figura siguiente se tiene que:



$$\boxed{x = 2 \,.\, (h - z)}$$

Por ejemplo Si z = 0,9 h queda

$$x = 2 \,.\, (h - 0{,}9\ h) = 2 \,.\, 0{,}10\ h = 0{,}20\ h$$

En cambio si se hubiese adoptado z = 0,84h
x deberá ser menor o igual que:

$$x = 2 \,.\, (h - 0{,}84\ h) = 2 \,.\, 0{,}16\ h = 0{,}32\ h$$

Si, nuevamente, el valor de x no verifica se vuelve a recalcular con z = 0,80 y comprobando el nuevo x y así sucesivamente hasta un máximo posible de x de 0,50. Si las verificaciones superaran este valor debe redimensionarse la altura de la viga ya que el eje neutro no puede superar la mitad de la sección (la otra mitad esta traccionada y no toma compresiones).

3.2.2.3.- CUANTIAS

Se denomina cuantía de una sección a la cantidad de acero en relación a la cantidad de hormigón, y hay dos tipos:

- **Cuantía geométrica $\omega_0 = A/B = A/ b.h$**
- **Cuantía mecánica $\omega = FA/FB = A .\sigma_{ek} / B. \sigma'_{bk}$**

Donde FA y FB son las fuerzas actuantes en el acero y hormigón respectivamente.

Con la idea de asegurarse, ante una eventual rotura que esta "avise" antes de producirse, los reglamentos imponen cuantías mecánicas máximas y mínimas, es decir que la armadura mínima y máxima que deberá tener una determinada sección de hormigón es:

$$A_{MIN} = \omega_{MIN} \,.\, B \,.\ \sigma'_{bk} / \sigma_{ek}$$

$$A_{MAX} = \omega_{MAX} \,.\, B \,.\ \sigma'_{bk} / \sigma_{ek}$$

El concepto de cuantía o armadura mínima por cuantía, es que por más que "no lo pida" la sección tiene que tener una cantidad mínima de armadura que asegure una rotura dúctil y plástica como la del acero en fluencia y no frágil como la del hormigón

Un valor adoptado por algunos reglamentes es de

$$\omega_{MIN} = 0.05$$

Es decir

$$A_{MIN} = 0.05 \; . \; B \; . \; \sigma'_{bk} / \sigma_{ek}$$

En cuanto a la cuantía máxima si llegase a haber mucha armadura en relación a la cantidad de hormigón la viga rompería estando el acero en el periodo elástico y no "avisaría" al momento de romperse

En este caso el valor adoptado por varios reglamentos es de

$$\omega_{MAX} = 0.5$$

Es decir

$$A_{MAX} = 0.5 \; . \; B \; . \; \sigma'_{bk} / \sigma_{ek}$$

Si la armadura por calculo diera menor que la mínima debería adoptarse esta última. Y si fuese mayor que la máxima habría que redimensionar la sección.

3.3.- ELECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, la armadura necesaria en cm^2

$$A_{nec} = M \; . \; \gamma \; / \; \sigma_{ek.} \, z$$

,

Que erá colocada en la viga mediante barras redondas de acero conformado ADN420

La tabla siguiente facilita la elección de los diámetros y cantidades adecuadas para satisfacer la armadura necesaria

Diám. nominal	Perim. nominal	Peso nominal	Peso por barra 12m	Secciones nominales / número de barras										ø mandril de doblado mínimo (1)
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
mm	cm	kg/m	kg	cm2										cm
6	1.88	0.222	2.6	0.28	0.56	0.85	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	2.83	2.40 (4ø)
8	2.51	0.395	4.8	0.50	1.00	1.51	2.01	2.51	3.01	3.52	4.02	4.52	5.03	3.20 (4ø)
10	3.14	0.617	7.4	0.79	1.57	2.36	3.14	3.93	4.71	5.50	6.28	7.07	7.85	4.00 (4ø)
12	3.77	0.888	10.7	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	10.18	11.31	4.80 (4ø)
16	5.03	1.58	18.9	2.01	4.02	6.03	8.04	10.05	12.06	14.07	16.08	18.10	20.11	6.40 (4ø)
20	6.28	2.47	29.6	3.14	6.28	9.42	12.57	15.71	18.84	21.99	25.14	28.27	31.42	14.00 (7ø)
25	7.85	3.85	46.2	4.91	9.82	14.73	19.64	25.55	29.46	34.37	39.28	44.19	49.10	17.50 (7ø)
32	10.1	6.31	75.7	8.04	16.08	24.13	32.17	40.21	48.26	56.30	64.34	72.38	80.42	22.40 (7ø)
40	12.6	9.86	118.0	12.57	25.13	37.70	50.26	62.83	75.40	87.96	100.53	113.12	125.66	-

TABLA DE SECCIONES NOMINALES DE BARRAS DE HIERRO CONFORMADAS COMERCIALES

ARMADURA DE UNA VIGA

3.4.- RESUMEN PARA EL DIMENSIONADO DE UNA SECCION DE HORMIGON ARMADO SOMETIDA A FLEXION

Se indica a continuación un resumen del procedimiento general a adoptar para el dimensionado de una sección de hormigón armado sometida a un momento flector:

1.- Predimensionar hu (altura útil) por criterio de baja deformación

2.- Calcular la armadura A con la formula $A_{nec} = M . \gamma / \sigma_{ek}. z$ adoptando z = 0.90 h

3.- Verificar con $x = A. \sigma_{ek} / b. \sigma'_{bk}$ x < 0,20 h si z = 0.9 h

4.- Si no es así, re calcular la armadura con z = 0.85h y verificar que x < 0,30 h, y así siguiendo hasta un máximo de x = 0.50 h. Después de esto debería redimensionarse la sección de hormigón

5.- Verificar cuantías mínimas y máximas entre 0.05 y 0.5.

6.- Elección de cantidad y diámetro de Armadura necesaria

3.5.- EJEMPLO

Se desea dimensionar la siguiente sección de hormigón sometida a un momento flector de 3800 kgm, suponiendo utilizar un hormigón H21 y un acero ADN 2100.

PASO 1: Definir y/o adoptar parámetros

σ'_{bk} = 210 kg/cm^2

σ_{ek} = 4200 kg/cm2

γ = coeficiente de mayoracion o seguridad = se adopta 1,75 por reglamento.

Recubrimiento 3 cm

PASO 2: Adoptar h_u, por no deformabilidad de la pieza (losa o viga)..se supone …por ahora…..y por ejemplo 27 cm (ht = 30 cm)

Y ancho de la pieza por "arquitectura"…por ejemplo 18 cm.

PASO 3: calcular la armadura necesaria suponiendo un z = 0,9 h

Anec = M . γ / σek. z

Anec = 380000 kgcm x 1.75 / (4200 kg/cm^2 x 0.9 x 27 cm)

Anec = 6.51cm2

PASO 4: Verificación de la profundidad del eje neutro x (o que el z estuvo bien supuesto como 0,9 h

x = A. σek / b. σ´bk

x = 6.51 $\cancel{cm^2}$ x 4200 $\cancel{kg}$/$\cancel{cm^2}$/(18 $\cancel{cm}$ x 210 $\cancel{kg}$/cm^2)

x = 7.23 cm <= ? 0,2 x h = 0,2 x 27 < 5.4 cm NO!!

mal considerado z….probamos con z = 0,85 h

Anec = 380000 kgcm x 1.75/(4200 kg/cm^2 x 0.85 x 27 cm)

Anec = 6.89cm2

Verificamos x, ahora debe ser menor que 0,30 h)

x = 6.89 $\cancel{cm^2}$ x 4200 $\cancel{kg}$/$\cancel{cm^2}$/(18 $\cancel{cm}$ x 210 $\cancel{kg}$/cm^2)

x = 7.65 cm <=? 0,3 x h = 0,3 x 27 < 8.1 cm SI!!!

Bien considerado z = 0,85 h

Paso 5 verificamos armaduras máximas y mínimas por condición de cuantías mínimas y máxima

$$A_{MIN} = \omega_{MIN} \cdot B \cdot \sigma'_{bk} / \sigma_{ek}$$

$$A_{MIN} = 0{,}05 \times 15\ cm \times 30\ cm \times 210\ \cancel{kg/cm^2} / 4200\ \cancel{kg/cm^2}$$

A_{MIN} **= 1,125 cm² <** que la necesaria **ok**

$$A_{MAX} = 0.5 \cdot B \cdot \sigma'_{bk} / \sigma_{ek}$$

$$A_{MAX} = 0.5 \cdot 15\ cm \times 30\ cm \times 210\ \cancel{kg/cm^2} / 4200\ \cancel{kg/cm^2}$$

A_{MAX} **= 11.25 cm² >** que la necesaria **ok**

Paso 6: finalmente adoptamos la armadura en barras:

Si optamos, por ejemplo con barras del 16 que tienen 2 cm² se necesitarían 4 barras

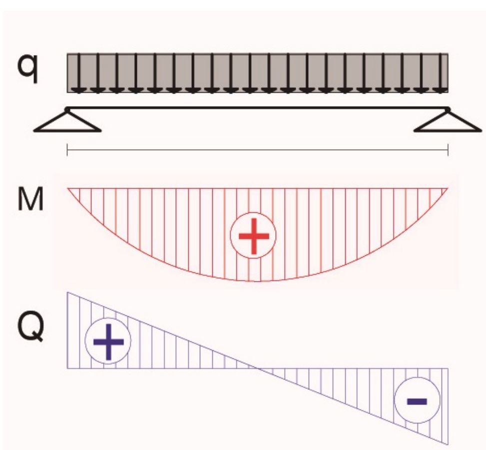
4 Φ 16 = 8 cm² > que lo necesario (6.89 cm²) o bien combinando

2 Φ 16 + 3 Φ 12 = 7.36

También mayor que lo necesario, pero más cercano a lo necesario y por lo tanto, mas económico

4- CORTE EN FLEXION

Supóngase la siguiente viga sometida a una carga distribuida q. Por efecto de las misma el elemento estará solicitado simultáneamente a un momento flector M y a un esfuerzo de corte Q



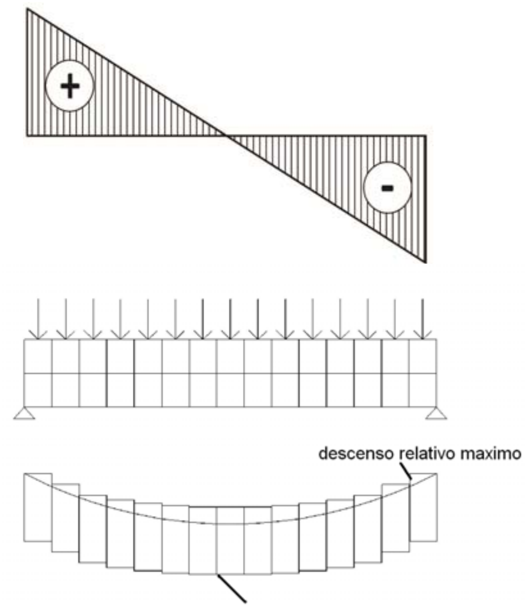
Viga de largo l y carga q con diagrama de momento y corte

En un la viga aparecen esfuerzos de que corte que si no son analizados pueden provocar la rotura "por corte" del elemento. En general el Q máximo esta en las cercanías de los apoyos y es nulo donde el momento es máximo, por lo cual las fisuras por corte están en cercanía de los apoyos y a 45 ° respecto al eje de la viga por motivos que se verán más adelante.

Para entender mejor el funcionamiento de los esfuerzos de corte se analizaran a continuación dos tipos de deslizamientos.

4.1.- DESLIZAMIENTOS VERTICALES

Imagínese una "**viga**" formada por sucesión de gajos verticales hilvanados entre sí por un cable que pasa por un orificio ubicado en el centro de cada ellos. Cuando las cargas verticales actúen esta "pseudo viga" se comportara de la manera indicada en la figura:

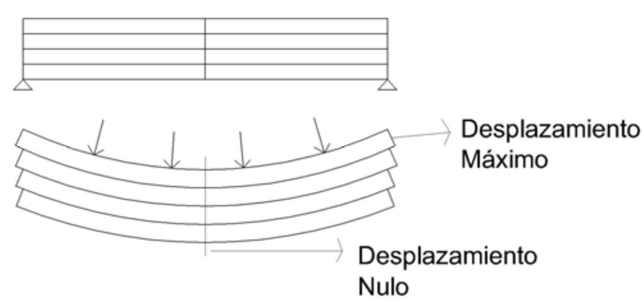


Se observa que después de aplicada la carga, si los gajos no están unidos, se produce un descenso relativo entre cada uno siendo mayor el descenso (relativo nuevamente) en las cercanías de los apoyos y nulo en el centro, coincidiendo con la forma del diagrama de esfuerzos de corte actuante. Para "restablecer el orden" y que cada gajo se "una" con su vecino se deberá **"pegar"** de alguna forma uno con otro.

Los materiales tienen, en general, la capacidad de aportar "pegamento" a través de las llamadas tensiones tangenciales ζ (tau) hasta un límite máximo dado por la llamada ζ_{adm}. Entonces la viga "se romperá" en gajos cuando la ζ_{trab} supere la admisible. A estas tensiones se las denominara como ***tensiones tangenciales verticales***

4.2- DESLIZAMIENTOS HORIZONTALES

Ahora, imagínese una pseudo viga formada por láminas horizontales apoyadas una sobre otra. Cuando actúen las cargas, cada una se deformara "individualmente" produciéndose un ***desplazamiento "relativo"*** entre ellas, siendo mayor en las cercanías de los apoyos y nulo en el centro (siempre deslizamientos relativos) nuevamente siguiendo el diagrama de los esfuerzos de corte.



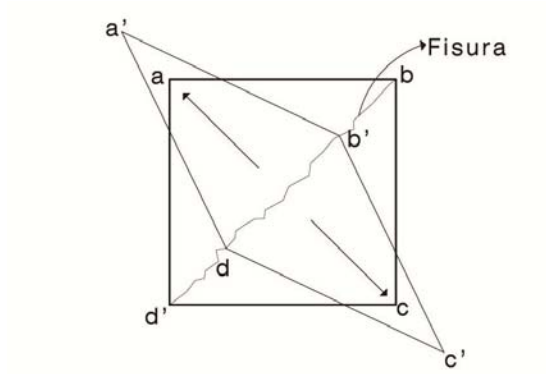
Para ***"pegar"*** cada una de las laminas el material proveerá otra vez tensiones ζ_{adm} que se opondrán a las de trabajo actuantes. Si no lo logra, la viga se desintegrara en forma de láminas. A estas tensiones se los llamara **tensiones tangenciales horizontales.**

4.3.- SIMULTANEIDAD DE DESLIZAMIENTOS VERTICALES Y HORIZONTALES

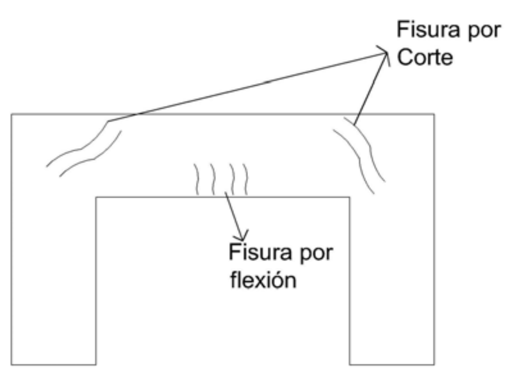
Si las suposiciones y deslizamientos comentados en los párrafos anteriores ocurren ***simultáneamente*** ocurrirá lo siguiente:

Imagínese una viga de goma donde se indica con una tiza un cuadrado perfecto en cercanías de los apoyos. Cuando la viga se deforme por efecto de las cargas verticales se observara que el cuadrado se "transforma" en un rombo de diagonales de tamaño distintas.

Esta transformación se produjo por el accionar de los $\zeta_{horizontales}$ y $\zeta_{verticales}$ en forma simultánea sobre el cuadrado original:



Se observa un **estiramiento** del cuadrado en una dirección y un **acortamiento** en la otra. Si el material es capaz de soportar los acortamientos (compresiones) pero no los alargamientos (tracciones) (caso del hormigón) se produce una fisura a 45 ª típica en los casos de rotura por corte. Este es el motivo por el cual la armadura que mejor se comporta (y por lo tanto la más efectiva) para absorber los esfuerzos de corte en el hormigón armado es la barra inclinada en cercanía de los apoyos (ver más adelante dimensionado al corte)



TIPICA FISURA POR CORTE Y FLEXION EN MATERIALES CON POCA O NULA RESISTENCIA A LA COMPRESION

4.4. DIMENSIONADO AL CORTE EN HORMIGON ARMADO

Los materiales tienen, en general, y en particular el hormigón (hormigón solo, sin armadura) la capacidad de aportar “pegamento” a través de las llamadas tensiones tangenciales **ζ (tau)** hasta un límite máximo dado por la llamada **ζ_{adm}**. Entonces la viga “se romperá” en gajos o laminas si la **ζ_{trab}** supere la admisible.

Rotura por corte si **$\zeta_{trab} > \zeta_{adm}$**

El CIRSOC denomina a las **ζ_{trab}** se lo denomina como **$\zeta 0$** y se lo calcula como:

$$\zeta 0 = Q_{max} / (0{,}85 \times b \times h)$$

Donde b y h son respectivamente el ancho y alto “útil” de la sección.

Por otro lado el hormigón, ofrece o resiste con una **ζ_{adm}** que, nuevamente utilizando nomenclatura del CIRSOC, se llamar **ζ 012,** cuyo valor, dependerá lógicamente, de la calidad del hormigón. Los valores máximos para cada hormigón del **ζ 012,** se obtienen de la primera fila de la siguiente tabla;

H	13	17	21	30	38	47
τ012 [Kg/cm²]	5.00	6.50	7.50	10.00	11.00	12.50
τ02 [Kg/cm²]	12.00	15.00	18.00	24.00	27.00	30.00

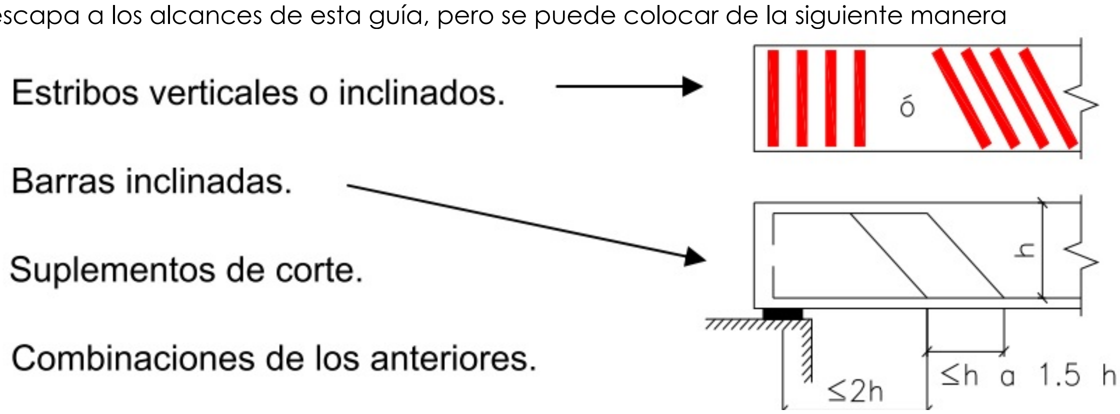
Entonces la expresión (*) $\zeta_{trab} > \zeta_{adm}$ se transforma en que el hormigón no se romperá por corte si:

$$\zeta 0 < \zeta 012$$

En este caso se dice que “el hormigón solo es capaz de absorber el esfuerzo de corte” y que no hará falta calcular armadura adicional para soportarlo, colocando solo una armadura mínima en forma de estribos (ver g.e 3, vigas de hormigón armado)

En el otro extremo, si el **$\zeta 0 > \zeta 02$** (ver 2da fila tabla anterior) deberá redimensionarse la sección (agrandarse) ya que el hormigón mas la armadura que se pueda colocar serán incapaz de soportar el esfuerzo de corte

En el medio, si **$\zeta 0$** está entre medio de **ζ 012 y ζ 02,** significa que si bien el hormigón no puede soportar las tensiones de corte, si lo podrá hacer el acero agregando barras en cantidad y forma adecuada. El dimensionado de esta armadura por su complejidad, escapa a los alcances de esta guía, pero se puede colocar de la siguiente manera



4.4.1.- RESUMEN DEL DIMENSIONADO AL CORTE EN HORMIGON ARMADO

Se resume a continuación el procedimiento a seguir para dimensionar una sección de hormigón armado al corte

1.- Calcular el valor de la ζ_{trab} o $\zeta_0 = Q_{max} / (0.85 \times b \times h)$

2.- Si $\zeta_0 < \zeta_{012}$ entonces el hormigón solo es capaz de soportar la tensión de corte y solo se coloca armadura de corte mínima en forma de estribos (no calculada)

3.- Si $\zeta_{012} < \zeta_0 < \zeta_{02}$, el hormigón no es capaz de soportar las tensiones del hormigón que serán absorbido por el acero en forma de armadura doblada o estribos que deberán ser dimensionadas

4.- Si $\zeta_0 > \zeta_{02}$, ni con armadura especial el hormigón armado de la sección podrá absorber las tensiones de corte y será necesario redimensionar la sección aumentando el ancho o alto de la misma