

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC GE11	ESTRUCTURAS - NIVEL 2 - PLAN DE ESTUDIOS 6		
	Taller: VERTICAL III - DELALOYE - NICO - CLIVIO		
Guía de Estudio Nro 11: Estructuras Pretensionadas			
Curso 2013	Elaboró: Ing. Angel Maydana	Revisión:0	Fecha: Abril 2013

## ESTRUCTURAS PRETENSIONADAS

**OBJETIVO DEL TRABAJO:** Estudiar el comportamiento de las estructuras con elementos pretensados o postesados, evaluar sus ventajas relativas frente al hormigón armado convencional y conocer su campo de aplicación.

**INTRODUCCIÓN:** Dice el Ing. Luis J. Lima en su libro "Aproximación a la idea de Hormigón Pretensado" que la idea básica de pretensado "es la introducción -en una estructura- de fuerzas tales que, sumadas al peso propio y a las cargas de servicio, produzcan un estado tensional que permita una mejor utilización de los materiales resistentes empleados".

Aparece aquí un primer concepto básico de pretensado: introducir fuerzas para provocar tensiones que mejoren el funcionamiento estructural ante cargas de servicio.

Veamos este ejemplo:

Para trasladar en conjunto una serie de libros que no están rígidamente vinculados entre sí, donde cada uno de ellos tiene un peso  $W_i$ , que sumados dan un peso  $W$ , es necesario previamente introducir una fuerza  $P$  que comprima a los libros de manera de desarrollar fricción entre ellos para impedir el desplazamiento relativo, y luego vencer la fuerza  $W$  para trasladarlos.

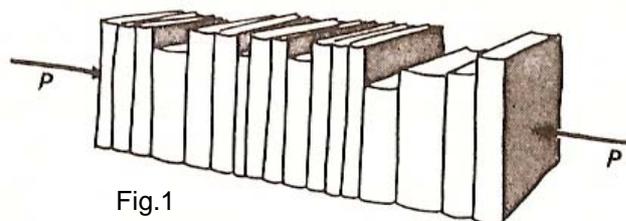


Fig.1

El paraguas constituye otro ejemplo de estructura pretensada. Las nervaduras curvas de acero, impulsadas hacia fuera y apoyadas en los elementos de compresión conectados a la vara, someten la tela a tracción y le dan una forma apta para resistir cargas. Dentro de determinados límites, la membrana de un paraguas puede absorber presiones desde abajo y desde arriba: un armazón de acero invierte sus tensiones cuando se invierte la acción del viento, pero en ambos casos la membrana se halla sometida a tracción.

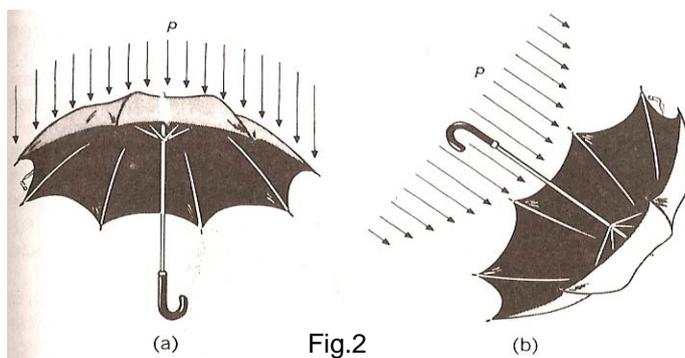


Fig.2

### EXPLICACIÓN DEL PRETENSADO

Vamos a realizar un ejercicio sencillo. Para ello tomamos el canuto de un bolígrafo (Fig. 3), una bandita elástica y un elemento rígido (que en este caso ha sido una tapa ciega de luz). Todo ello vinculado a una superficie de apoyo, simplemente como elemento organizador de "nuestra estructura elemental". Ver Fig. 4. La banda elástica ha sido colocada por el interior del canuto y vinculada a su extremo (con un nudo) y en el otro, la banda elástica ha pasado por el orificio de la tapa rígida y ha sido asegurada con un elemento que permite mantener estirada dicha banda (Fig. 5).



Fig. 4 Estructura pretensada



Fig. 3

Características del canuto plástico

$L = 12,5 \text{ cm}$        $\varnothing_e = 7,5 \text{ mm}$        $\varnothing_i = 4,4 \text{ mm}$

Sección       $A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{3,14}{4} (0,75^2 - 0,44^2) = 0,29 \text{ cm}^2$

Momento de inercia       $J = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = \frac{3,14}{64} (0,75^4 - 0,44^4) = 0,014 \text{ cm}^4$

Modulo resistente       $W = \frac{\pi}{32} \frac{(D^4 - d^4)}{D} = \frac{3,14}{32} \frac{(0,75^4 - 0,44^4)}{0,75} = 0,0365 \text{ cm}^3$

Peso propio  $W = 3,3 \text{ gr}$



Fig. 5



Fig. 6

Carga (una mecha de 3,3 mm)  
En el visor se lee 3,385 gr.  
Adoptamos  $P = 3,4 \text{ gr}$



Fig. 7

La posición de la carga en el extremo constituyó una situación de equilibrio inestable. Con mucha precaución se pudo fotografiar este estado de equilibrio (Fig. 7). Para nuestra experiencia tomaremos esta situación como extrema, esto es que el valor de las tensiones en el extremo superior valen cero.

Momentos exteriores

$M_w = 3,3 \text{ gr} \times 12,5 \text{ cm} / 2 = 20,6 \text{ grcm}$

$M_p = 3,4 \text{ gr} \times 12,5 \text{ cm} = 42,5 \text{ grcm}$

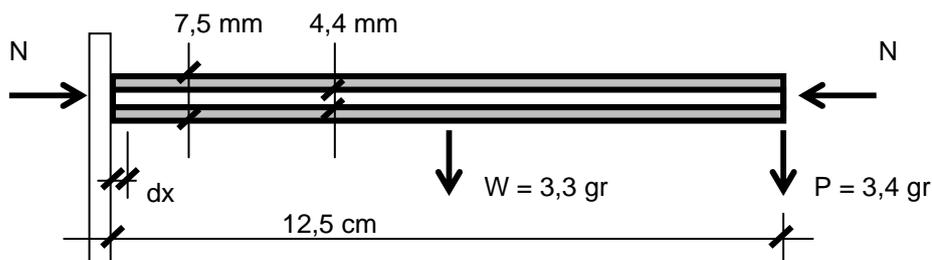
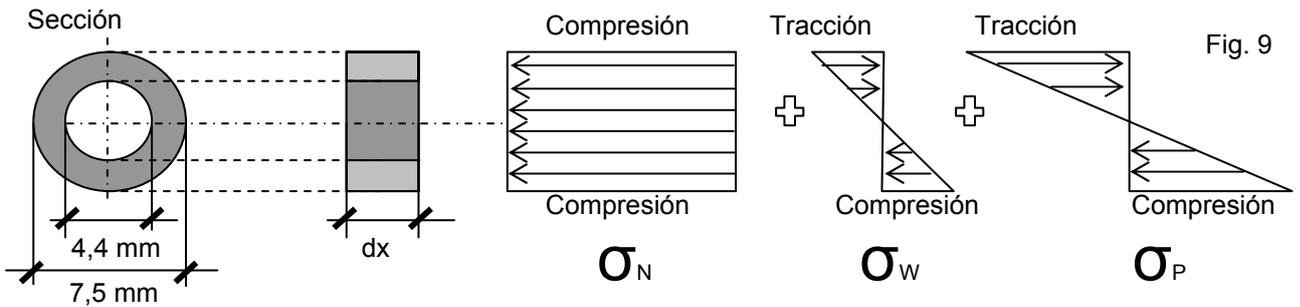


Fig. 8

Veamos el estado de tensiones normales que produce cada una de las sollicitaciones:



Tensiones normales debido a la precompresión

$$\sigma_N = \frac{N}{A}$$

Tensiones normales debido al peso propio

$$\sigma_W = \frac{Mw}{W} = \frac{20,6 \text{ grcm}}{0,0365 \text{ cm}^3} = 564 \text{ gr/cm}^2$$

Tensiones normales debido a la carga P

$$\sigma_P = \frac{M_P}{W} = \frac{42,5 \text{ grcm}}{0,0365 \text{ cm}^3} = 1164 \text{ gr/cm}^2$$

Diagrama de Tensiones normales Finales

Fibras superiores 
$$\sigma_{\text{sup}} = 0 = - \frac{N}{A} + \frac{Mw}{W} + \frac{MP}{W} = - \frac{N}{0,29 \text{ cm}^2} + 564 \text{ gr/cm}^2 + 1164 \text{ gr/cm}^2$$

Donde podemos despejar N, que resulta:

$$N = 501 \text{ gr}$$

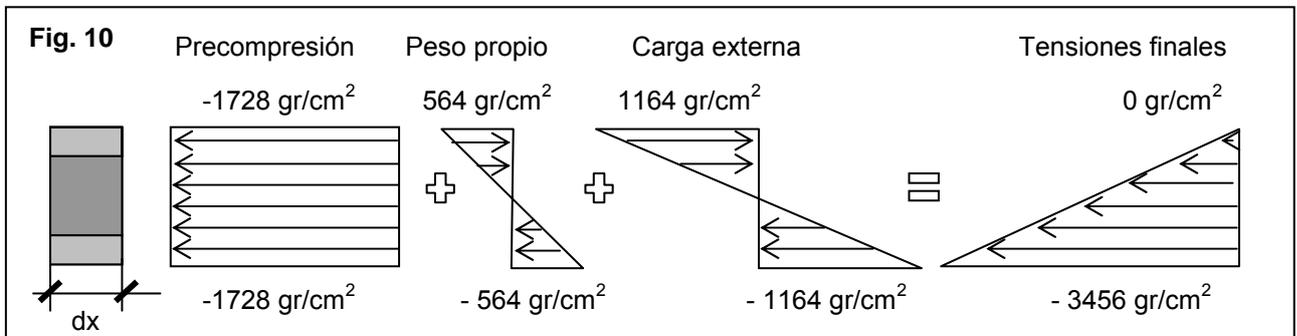
Luego, en las Fibras inferiores

$$\sigma_{\text{inf}} = - \frac{N}{A} - \frac{Mw}{W} - \frac{MP}{W} = - \frac{501 \text{ gr}}{0,29 \text{ cm}^2} - 564 \text{ gr/cm}^2 - 1164 \text{ gr/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{inf}} = -3456 \text{ gr/cm}^2$$

Resultando la tensión de precompresión

$$\sigma_N = - \frac{501 \text{ gr}}{0,29 \text{ cm}^2} = -1728 \text{ gr/cm}^2$$



En esta simple experiencia vemos que realizando un pretensado de la pieza, no solo mantenemos el funcionamiento estructural (se forma una ménsula), sino que además tiene capacidad de soportar cargas externas.

Este sistema (canuto-marco rígido) solo puede existir mientras existan tensiones de compresión (que genera la bandita elástica), dado que es la única rigidez que pueden desarrollar (rigidez axial) Cuando el momento que produce la carga externa aumenta, aparecen tensiones de tracción en las fibras superiores, (o sea que la suma de las tensiones de tracción por peso propio y por cargas externas superan a las tensiones de compresión iniciales) que el sistema es incapaz de desarrollar y el funcionamiento colapsa, pero de cualquier forma se observa que lo hace para valores que superan en 2 veces las tensiones que genera su propio peso.

No hemos mencionado nada respecto de la resistencia propia del plástico, que podría ser una necesaria verificación en otros tipos de estructuras, pero en este caso, la tensión de -3456 gr/cm², osea -3,5 kg/cm² está muy lejos de los valores de rotura del propio material.

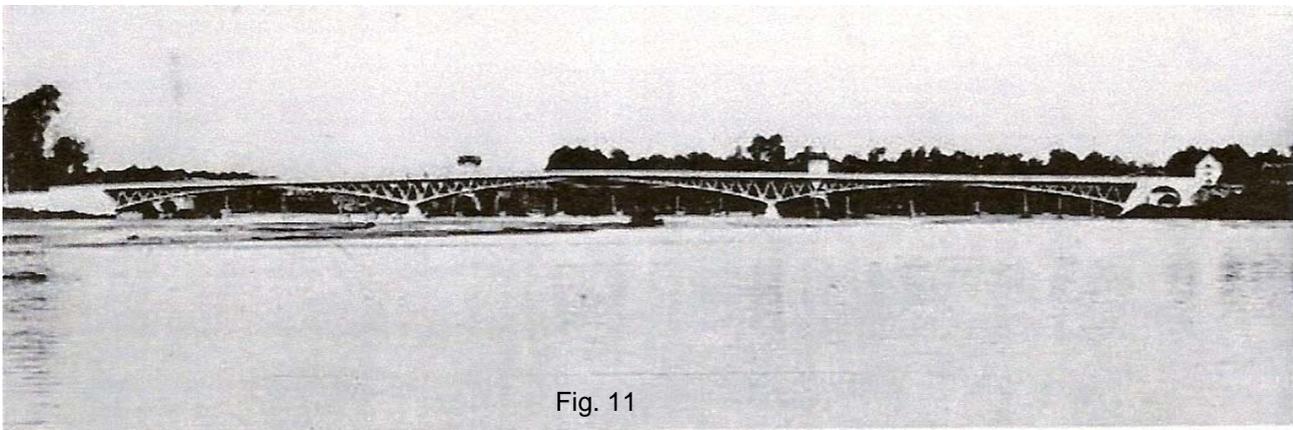
Tampoco hacemos referencia sobre las deformaciones que pueden ocurrir, porque lo mencionamos más adelante. Sí se deja la inquietud en señalar que en este tipo de sollicitación (fuerza en el eje de una superficie concéntrica) no se produce el fenómeno de pandeo. Se invita a explicar porqué.

## ANTECEDENTES DEL HORMIGÓN PRETENSADO

De los apuntes del Ing. Victorio Hernández Balat, sobre "Los materiales y el Proyecto Estructural" de la Facultad de Ingeniería de la UNLP puede leerse la interesante historia de los antecedentes del pretensado. Dice así:

En 1907 Eugene Freyssinet (1879-1962) trabajaba para el estado francés en el sur de Francia. En ese momento se decide el reemplazo de tres viejos puentes sobre el río Allier. El departamento de transporte había realizado un proyecto para un único puente de piedra en Le Veudre con un costo de 630.000 francos. Su alto costo impediría la construcción de los otros dos puentes. Freyssinet estudió el problema y ofreció construir los tres puentes por el monto asignado al puente de piedra. El resultado del ofrecimiento fue increíble, Freyssinet escribe: "...una carta oficial me ponía a cargo de la supervisión de la ejecución de esos puentes de los que yo sería el proyectista y el constructor, y cuyos planos no deberían ser sometidos a la aprobación de nadie", "...mi superior me garantizaba crédito ilimitado de sus fondos pero sin darme ni un solo hombre, herramienta o asesoramiento. Nunca un constructor había tenido tanta libertad."

Freyssinet logró construir el puente por 210.000 francos lo que resultaba record de economía por metro cuadrado de tablero, aún comparándolo con puentes de luces bastante menores. El puente fue en su momento el de mayor luz construido en hormigón armado.



Como muestra la figura 11, el puente estaba construido en tres arcos de 72,5 metros de luz cada uno. La flecha de los arcos era marcadamente pequeña dando una esbeltez de 1/15. No existiendo antecedentes sobre puentes de estas características, Freyssinet construyó un tramo de prueba de 50 metros de luz pero con una particularidad: al no contar con fundaciones aptas para resistir los empujes, los estribos estaban unidos entre sí mediante barras de acero cuya tensión podía manejarse accionando gatos. De esta forma Freyssinet pudo comprobar que, con el paso del tiempo, el arco experimentaba una notable deformación actuando solamente su peso propio. La ciencia del momento no podía explicar el fenómeno, pero Freyssinet no lo olvidó al construir el puente de Le Veudre.

Después de finalizada la obra en 1910, Freyssinet continuó observando el comportamiento del puente. Para 1911 los arcos presentaban descensos del orden de los 13 centímetros en la clave, y el proceso no parecía tender a detenerse, más bien todo lo contrario. Freyssinet había dejado en el centro de la clave de los arcos unos nichos en los que había puesto, durante la construcción, los gatos para el descimbrado. Estos nichos no fueron bloqueados al finalizar la construcción. Escribe Freyssinet: "Regresando hacia Moulins en la noche, me dirigí a Veudre para despertar a Biguet y a tres hombres de confianza. Los cinco insertamos los gatos de descimbrado tratando de mantener la mayor reserva y, ni bien hubo suficiente luz de día y con la ayuda de un nivel, comenzamos a elevar los tres arcos en forma simultánea. Era un día de mercado, por lo que cada pocos minutos teníamos que interrumpir la operación para dejar pasar algunos vehículos. Sin embargo todo terminó bien y una vez alineado, curado de la enfermedad que casi lo mata, el puente de Veudre se comportó perfectamente hasta su destrucción en la guerra de 1940." (El puente fue dinamitado el 7 de setiembre de 1944).

Esta experiencia puso claramente de manifiesto la existencia del creep (hasta ese momento los ingenieros interpretaban que el hormigón era una "roca artificial" y como tal, no podía presentar deformaciones en el tiempo) y sentó el primer paso para el pretensado de estructuras.

De todas formas, en la construcción de los dos puentes restantes, Freyssinet utilizó una esbeltez menos audaz y no se presentaron problemas de ningún tipo.

La cuantificación de los fenómenos reológicos le permitió a Freyssinet instrumentar la idea de hormigón pretensado, patentándola en octubre de 1928. Hasta ese momento todos los intentos anteriores de pretensar estructuras tropezaron con el hecho de que las deformaciones diferidas del hormigón hacían desaparecer las modestas tensiones de tesado que podían alcanzar los aceros de la época. El desarrollo de los sistemas de pretensado y las grandes obras fueron muy posteriores y surgieron como consecuencia de la necesidad de reconstrucción que presentó Europa luego de la Segunda Guerra Mundial.



*Eugene Freyssinet (1879-1962)*

El importante aporte de Freyssinet puede resumirse en:

- Entendió que los intentos anteriores de pretensar habían fracasado debido a los efectos reológicos (principalmente el creep).
- Estudió los fenómenos e hizo los primeros ensayos exitosos para cuantificarlos.
- Utilizó hormigones de buena calidad y aceros de alta resistencia de modo de lograr almacenar una cantidad importante de energía (altas tensiones en el hormigón) con pérdidas proporcionalmente baja de la tensión en el acero (altas tensiones de tesado).

## PRETENSADO EN EL HORMIGÓN ARMADO INTRODUCCIÓN

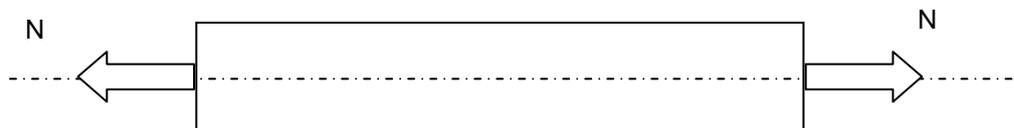
Supongamos que tenemos una pieza prismática de hormigón, a la cual, para modificar su estado interno de tensiones, queremos aplicar una fuerza de compresión  $P$ . Los sistemas más usados para lograr este efecto son cables traccionados interiores a la pieza, anclado en ella misma.

Si los cables se tensan previo al hormigonado del elemento estructural, es un caso de pretensado. En cambio si primero se construye el elemento de hormigón dejando unas vainas por donde pasarán luego los cables, y una vez endurecido el hormigón se tensan los cables, entonces es postesado.

Existen innumerables patentes sobre métodos, tipos de anclaje, tipo de cable, etc., para crear el efecto de pretensado, pero para este estudio, definimos que la fuerza de pretensado aparece en una estructura después que ésta ha adquirido una cierta capacidad resistente y permite modificar el estado tensional.

Sea una pieza rectilínea sometida a esfuerzos de tracción, es decir un tirante, construida en hormigón armado, con el consabido problema de la fisuración del hormigón sometido a tracción. Si necesitamos controlar esa fisuración (porque por ejemplo, está sometido a un ambiente agresivo), estamos obligados a adoptar tensiones de trabajo del acero sumamente reducidas, y por lo tanto antieconómicas.

Fig. 12



Además, por razones de seguridad, debemos tomar con las armaduras toda la fuerza de tracción. Resumiendo: el hormigón traccionado se fisura y en estas condiciones, para poder asegurar una adecuada protección de los aceros (que en última instancia constituyen el elemento resistente), debemos limitar el ancho de las fisuras, y para ello, trabajar con tensiones en las armaduras mucho menores que las que podríamos aceptar en otras circunstancias.

Veamos entonces que solución nos propone el hormigón pretensado.

Supongamos que la fuerza exterior que genera tracción solicitante, pueda variar desde 0 (pieza descargada) hasta  $N_1$  (carga máxima), es decir:

$$0 \leq N \leq N_1$$

Dado el mal comportamiento resistente y como agente protector que tiene el hormigón cuando trabaja traccionado, es evidente que una forma de mejorar su aprovechamiento será evitar que sufra tensiones de tracción. Para lograrlo, le aplicaremos una fuerza de compresión  $P \geq N_1$ , que por razones de economía adoptaremos  $P = N_1$  (en valor absoluto)  $P = |N_1|$

Como vamos a materializar la fuerza  $P$  mediante cables de sección  $A$ , entonces necesitamos:

$$A = \frac{P}{\sigma_a} \quad \sigma_a = \text{tensión de trabajo del acero a emplear}$$

En estas condiciones, el hormigón del tirante estará sometido a una fuerza de compresión de valor  $(P-N)$  que podrá variar desde  $P$  (cuando está descargado  $N=0$ ) a 0 (cuando está cargado con  $N=N_1$ )

Para que resista bien, la tensión de trabajo en el hormigón deberá ser menor o igual a la tensión admisible:

$$\sigma'_b \leq \sigma'_{b \text{ adm}} \quad \sigma'_{b \text{ adm}} = \text{tensión admisible del hormigón}$$

La sección  $B'$  de hormigón del tirante será como mínimo:

$$B' = \frac{P}{\sigma'_{b \text{ adm}}}$$

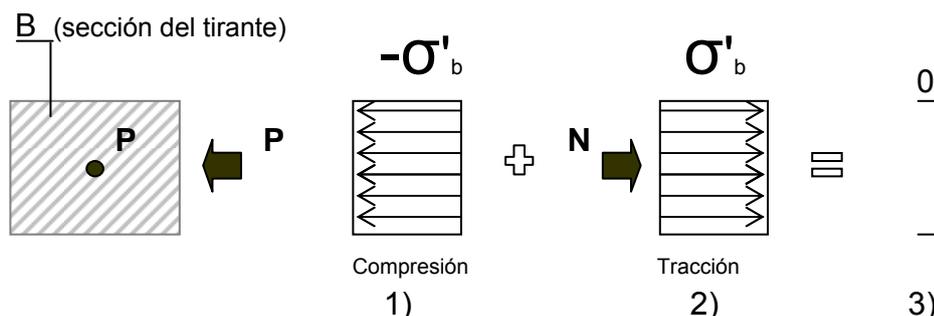


Fig. 13

- 1) Efecto de la acción de la fuerza  $P$  (precompresión). Pieza descargada.
- 2) Efecto de la carga total  $N = N_1$  de tracción
- 3) Estado tensional de la pieza trabajando a carga máxima.

Durante su vida útil el hormigón del tirante estará sometido a tensiones comprendidas entre las indicadas en 1) y 3) según sea en cada instante el valor de la sollicitación  $N$ .

Vemos entonces que en ninguna etapa la sección de hormigón estará traccionada.

## MATERIALES

El hormigón es un material que se deforma con el tiempo por causa de la retracción y la fluencia. Normalmente se usan hormigones del tipo H30.

Es necesario utilizar aceros de alta resistencia para que las pérdidas de tensiones que ocurren como consecuencia de la deformación del hormigón no tornen antieconómica la estructura.

Los aceros que se utilizan tienen tensiones de rotura entre 15.000 y 18.000 kg/cm<sup>2</sup>, y aún mayores.

Hormigón H30 = 30 MN/m<sup>2</sup> =  $\beta_{CN} = 300 \text{ kg/cm}^2 = \sigma'_{bk}$  = tensión característica del hormigón

$\beta_{CN}$  = resistencia cilíndrica normal del hormigón (CIRSOC)

$\beta_{St} = 420/500 \text{ MN/m}^2 = \sigma_{ek} = 4200/5000 \text{ kg/cm}^2$  Acero 42/50 kg/mm<sup>2</sup>

CIRSOC Centro de Investigación de los Reglamentos de Seguridad para Obras Civiles

Hormigón H30  $\sigma'_{b adm} = 170 \text{ kg/cm}^2$  tensión admisible del hormigón

Tensiones máximas admisibles durante la construcción

$$\sigma'_b = 300/2 = 150 \text{ kg/cm}^2 \text{ compresión} \quad \sigma_b = 300/20 = 15 \text{ kg/cm}^2 \text{ tracción}$$

Tensiones máximas admisibles después de 4 años

$$\sigma'_b = 300/2,5 = 120 \text{ kg/cm}^2 \text{ compresión} \quad \sigma_b = 300/25 = 12 \text{ kg/cm}^2 \text{ tracción}$$

Tensiones del acero  $\sigma'_{a rot} = 17.500 / 18.000 \text{ kg/cm}^2$  rotura

$$\sigma'_{a fl} = 14.500 \text{ kg/cm}^2 \text{ fluencia} \quad \sigma_{a adm} = 10.500 \text{ kg/cm}^2 \text{ admisible}$$

### MÉTODO DE CÁLCULO

La tensión de compresión que aparece en la etapa de tesado no deberá sobrepasar:

$$\sigma'_b = 300/2 = 150 \text{ kg/cm}^2 \text{ compresión}$$

Se denomina  $V_0$  la carga inicial de pretensado

$$\sigma'_{V_0} = \frac{-V_0}{B} \leq 150 \text{ kg/cm}^2$$

La carga  $V_0$  disminuye con el tiempo por diversas causas, entre ellas la retracción del hormigón y la fluencia del acero. Queda en  $V_\infty$  que es del orden del 83% de la carga inicial.

$$\sigma'_{V_\infty} = \frac{-V_\infty}{B} \quad V_\infty = V_0 / 1,20$$

$$V_\infty = 0,83 \times V_0$$

La carga  $N$  producirá en servicio una tracción

$$\sigma_N = \frac{N}{B}$$

Planteamos la ecuación:

$$-\sigma'_{V_\infty} + \sigma_N = 0 \quad \frac{-V_\infty}{B} + \frac{N}{B} = -10 \text{ kg/cm}^2$$

Esta tensión podría ser cero, pero siempre queda una tensión remanente que en este caso fijamos arbitrariamente en  $10 \text{ kg/cm}^2$  de compresión.

$$V_\infty = N + B \times 10 \text{ kg/cm}^2 = V_0 / 1,20$$

$$(N + B \times 10 \text{ kg/cm}^2) \times 1,20 = V_0 = B \times 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$1,20 \times N + B \times 12 \text{ kg/cm}^2 = B \times 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Rightarrow 1,20 \times N = B \times 138 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{1,20 \times N}{138 \text{ kg/cm}^2} = B \text{ (sección de hormigón)}$$

Si por ejemplo  $N = 16,5 \text{ t} = 16.500 \text{ kg}$

$$B = \frac{1,20 \times 16.500 \text{ kg}}{138 \text{ kg/cm}^2} = 144 \text{ cm}^2$$

$$V_0 = 144 \text{ cm}^2 \times 150 \text{ kg/cm}^2 = 21.600 \text{ kg}$$

$$V_\infty = 21.600 \text{ kg} / 1,20 = 18.000 \text{ kg}$$

Área del cable:

$$\sigma_{a adm} = \frac{V_0}{A_t}$$

$$A_t = 21.600 \text{ kg} / 10.500 \text{ kg/cm}^2 = 2,06 \text{ cm}^2$$

Área de cada alambre de 7 mm de diámetro:

$$A_{\phi 7} = 3,14 \times (0,7)^2 / 4 = 0,384 \text{ cm}^2$$

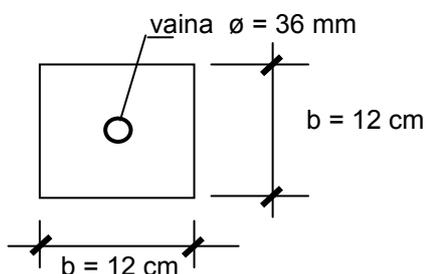
Número de alambres:

$$n = A_t / A_{\phi 7} = 2,06 \text{ cm}^2 / 0,384 \text{ cm}^2 = 5,4$$

Adoptado  $6 \phi 7 \text{ mm}$

Tenemos entonces una superficie  $B = 144 \text{ cm}^2$ , que si fuera cuadrada le correspondería a cada lado:  $b = 12 \text{ cm}$

Una fuerza inicial de tesado (en  $t=0$ ) de :  $V_0 = 21.600 \text{ kg}$  y una fuerza final (en  $t=\infty$ )  $V_\infty = 18.000 \text{ kg}$



Descontamos el orificio de la vaina

$$B = 12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$$

$$B_n = 12 \times 12 - 3,14 \times 3,6^2 / 4 = 134 \text{ cm}^2$$

$B_n =$  superficie neta al momento de tesar ( $t=0$ )

**AL MOMENTO DEL TESADO**

$$\sigma'_{V_0} = \frac{-V_0}{B_n} \leq 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_{V_0} = \frac{21.600 \text{ kg}}{134 \text{ cm}^2} = 161 \text{ kg/cm}^2 > 150 \text{ kg/cm}^2$$

La tensión en el hormigón, en el momento de tesado supera en un 7% a la admisible. Debe controlarse, puesto que calculamos B como superficie bruta, pero en rigor hay que descontar la superficie que ocupa la vaina por donde pasa el cable de tesado y verificar la tensión con la superficie neta. La solución sería adoptar una sección de lado  $b = 12,5 \text{ cm}$

**EN SERVICIO**

Una vez que se realiza en tesado, se inyectan las vainas con cemento y queda monolíticamente funcionando la pieza. Aquí verificamos con la superficie bruta.

$$\sigma'_{V_\infty} = \frac{-V_\infty}{B} \leq 120 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_{V_\infty} = \frac{18.000 \text{ kg}}{144 \text{ cm}^2} = 125 \text{ kg/cm}^2$$

La tensión en el hormigón, en tiempo  $t = \infty$  supera en un 4% a la admisible. Decididamente adoptamos una sección de lado  $b = 12,5 \text{ cm}$

$$B = 156 \text{ cm}^2$$

$$B_n = 146 \text{ cm}^2$$

$$\sigma'_{V_0} = 148 \text{ kg/cm}^2 \leq 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_{V_\infty} = 115 \text{ kg/cm}^2 \leq 120 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_N = \frac{16.500 \text{ kg}}{156 \text{ cm}^2} = 106 \text{ kg/cm}^2$$

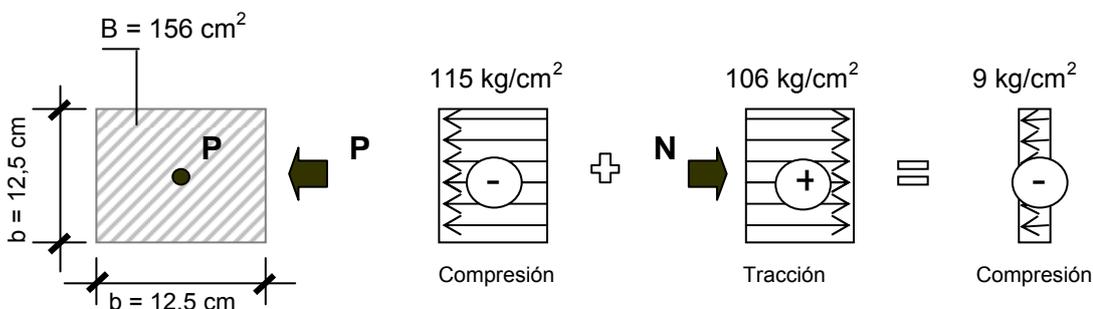
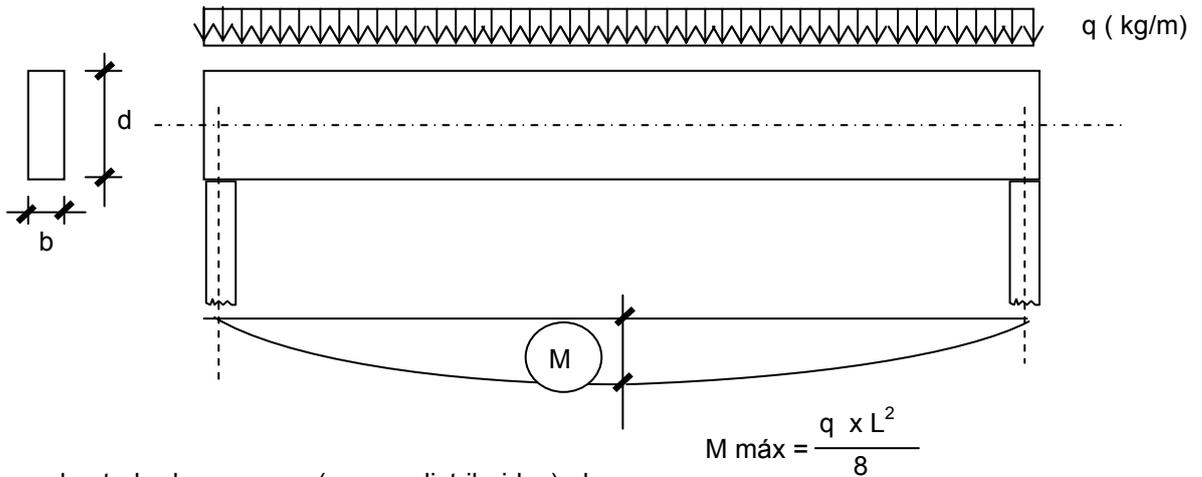


Fig. 14

La tensión en el hormigón, en tiempo  $t = \infty$  y actuando la carga de servicio, estará en valores de  $9 \text{ kg/cm}^2$  según lo previsto. Cuando no actúa la carga N, la tensión será de  $115 \text{ kg/cm}^2$ , y cuando la construyamos y la tesemos  $t=0$ , la tensión será de  $148 \text{ kg/cm}^2$

PRETENSADO EN PIEZAS SOMETIDAS A LA FLEXIÓN  
 Sea el caso de un elemento estructural sometido a flexión

Fig. 15



Para el estado de cargas  $q$  (cargas distribuidas) el diagrama de momentos flectores es parabólico, con un máximo en el centro.

El diagrama de tensiones normales debido a la flexión es una función lineal, cuyos máximos valores se encuentran en las fibras más alejadas.

Para secciones rectangulares:

$$\sigma_N = \frac{M}{J_x} y = \frac{M}{W_x} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\min} \\ \sigma_{\max} \end{array} \right.$$

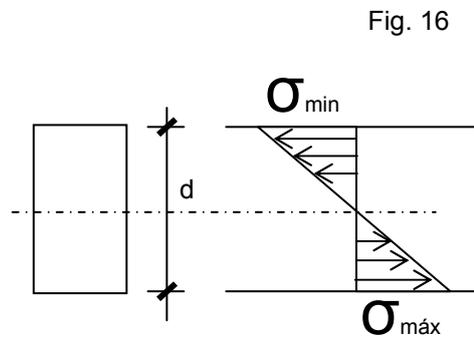


Fig. 16

Si aplicáramos una fuerza de tesado según el eje baricéntrico de la pieza, modificaríamos el estado de tensiones debido a la carga  $q$ .

Fig. 17

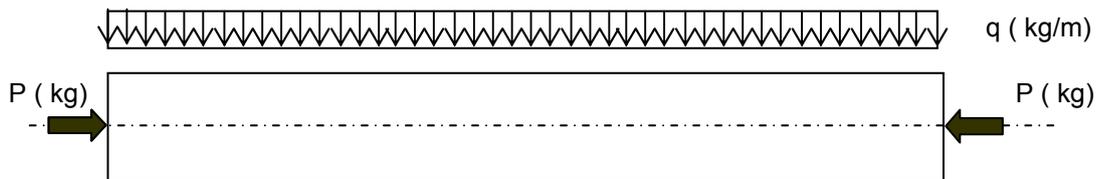
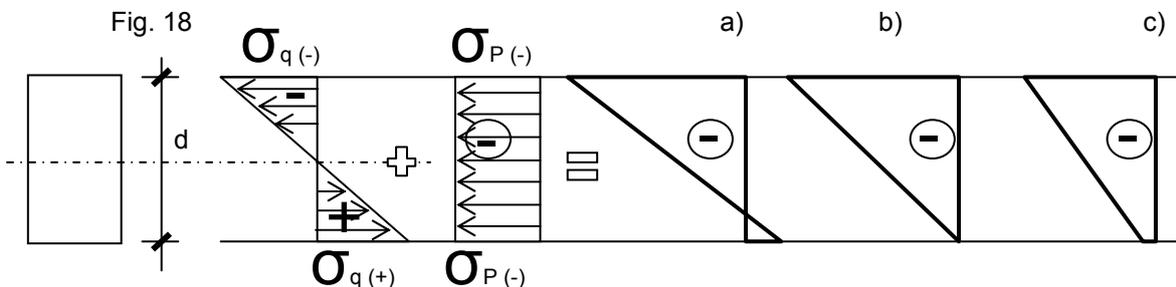


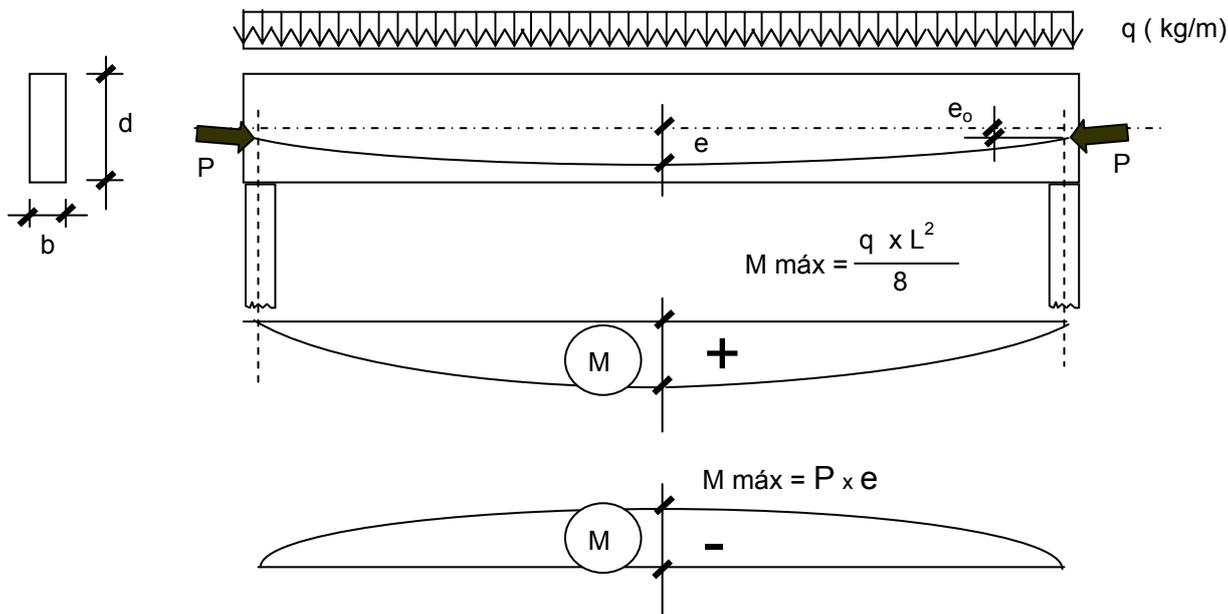
Fig. 18



El diagrama de tensiones podrá tener la forma a) si  $|\sigma_P| < |\sigma_q|$ ; o la forma b) si ambas tensiones son iguales en valor absoluto; o bien la forma c) si  $|\sigma_P| > |\sigma_q|$

Pero una forma más económica de lograr el mismo efecto sería si colocamos el cable en forma parabólica.

Fig. 19



Ahora la fuerza de tesado proporciona tensiones de compresión constantes debido al esfuerzo axial ( $P/B$ ) y tensiones variables linealmente debido a la flexión ( $Pxe/Wx$ )

Fig. 20

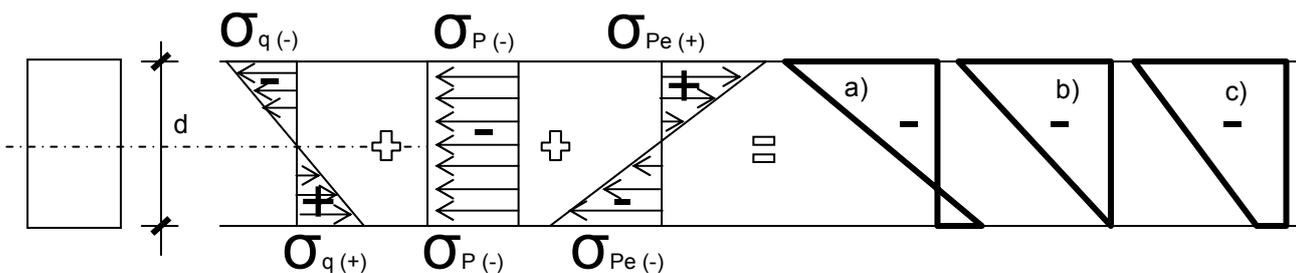
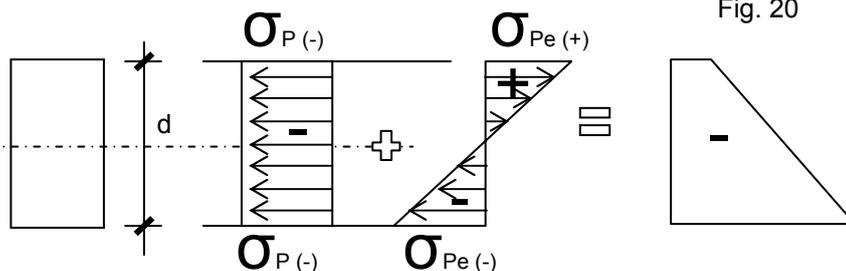


Fig. 21

En la sección de máximo momento será:

$$\sigma_{N_{sup}} = - \frac{Mq}{Wx} - \frac{P}{B} + \frac{Pxe}{Wx} \leq \sigma_{adm}$$

$$\sigma_{N_{inf}} = + \frac{Mq}{Wx} - \frac{P}{B} - \frac{Pxe}{Wx} \leq 0$$

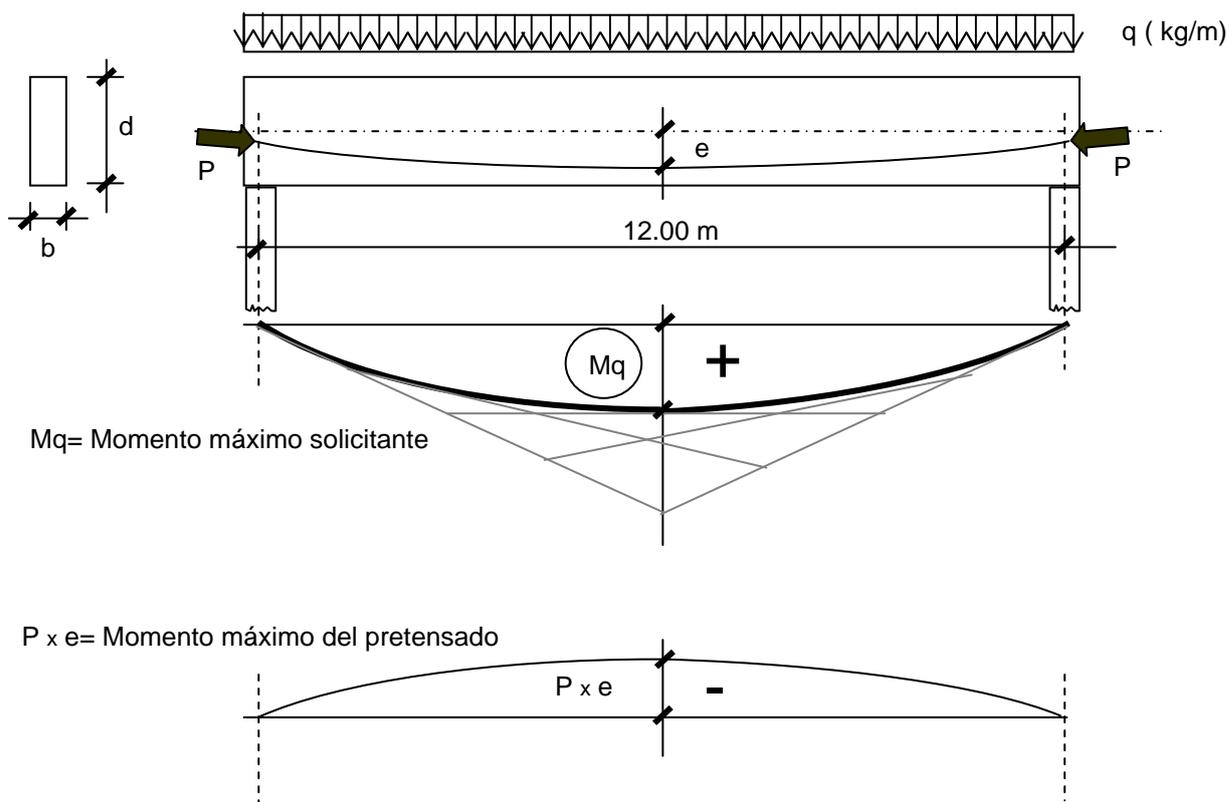
La Fig. 21 indica el estado de tensiones debido a la carga q (linealmente variable), a la carga de pretensado por separado según  $P/B$  y según  $Pxe / Wx$ .

La suma de todos los estados de tensiones dará el diagrama final que tendrá la forma indicada en a), en b) o en c) según los valores relativos de cada uno de ellos.

## METODO DE CÁLCULO

Veamos un ejemplo numérico

Fig. 22

 $M_q$  = Momento máximo solicitante $P \times e$  = Momento máximo del pretensadoAnálisis de cargas: Cargas permanentes  $g = 1800$  kg/m Sobrecargas  $p = 3000$  kg/m  $q = 4800$  kg/m

Luz de la viga: 12 m

Momentos:

$$M_g = \frac{g \times L^2}{8} = \frac{1800 \times 12^2}{8} = 32.400 \text{ kgm}$$

$$M_p = \frac{p \times L^2}{8} = \frac{3000 \times 12^2}{8} = 54.000 \text{ kgm}$$

$$M_q = 86.400 \text{ kgm}$$

Fig. 23

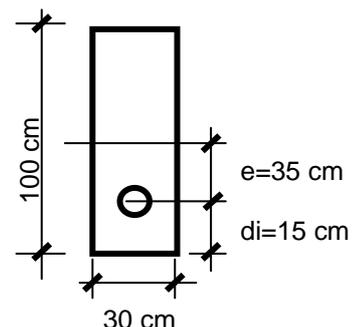
Se adopta una esbeltez entre  $L/10$  y  $L/15$ . Probamos con  $d = 100$  cm que resulta una relación  $L/12$  y por razones de proyecto  $b = 30$  cm

$$B = b \times d = 30 \times 100 = 3.000 \text{ cm}^2$$

$$W_x = b \times d^2 / 6 = 30 \times 100^2 / 6 = 50.000 \text{ cm}^3 = W^{\text{sup}} = W^{\text{inf}}$$

Definimos la excentricidad  $e$  tomando la mitad de la altura y dejando 15 cm de recubrimiento:

$$e = d/2 - 15 \text{ cm} = 100 / 2 - 15 = 35 \text{ cm}$$



Estado de tensiones para  $P_{\infty}$  ( $t = \infty$ ) En servicio

Las tensiones normales en las fibras inferiores, cuando actúan todas las cargas (tiempo infinito), quiero que sean cero :

$$\sigma_{N_{inf}} = + \frac{Mg}{Wx} + \frac{Mp}{Wx} - \frac{P_{\infty}}{B} - \frac{P_{\infty} \times e}{Wx} =$$

$$\sigma_{N_{inf}} = + \frac{3.240.000 \text{ kgcm}}{50.000 \text{ cm}^3} + \frac{5.400.000 \text{ kgcm}}{50.000 \text{ cm}^3} - \frac{P_{\infty}}{3.000 \text{ cm}^2} - \frac{P_{\infty} \times 35 \text{ cm}}{50.000 \text{ cm}^3} = 0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{N_{inf}} = + 64.8 \text{ kg/cm}^2 + 108.0 \text{ kg/cm}^2 - P \left[ + \frac{1}{3.000 \text{ cm}^2} + \frac{35 \text{ cm}}{50.000 \text{ cm}^3} \right] = 0 \text{ kg/cm}^2$$

$$- P_{\infty} \left[ + \frac{1}{3.000 \text{ cm}^2} + \frac{35 \text{ cm}}{50.000 \text{ cm}^3} \right] = - 172.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$- P_{\infty} \left[ + 0.000333 + 0.0007 \right] = - 172.8 \text{ kg/cm}^2$$



$P_{\infty}$  ( $t = \infty$ ) En servicio

$$P_{\infty} = \frac{172.8 \text{ kg/cm}^2}{0.001033} = 167\,226 \text{ kg}$$

verificamos las tensiones en las fibras superiores:

$$\sigma_{N_{sup}} = - \frac{Mg}{Wx} - \frac{Mp}{Wx} - \frac{P_{\infty}}{B} + \frac{P_{\infty} \times e}{Wx} =$$

$$\sigma_{N_{sup}} = - 64.8 \text{ kg/cm}^2 - 108.0 \text{ kg/cm}^2 - \frac{167\,226 \text{ kg}}{3.000 \text{ cm}^2} + \frac{167\,226 \text{ kg} \times 35 \text{ cm}}{50.000 \text{ cm}^3}$$

$$\sigma_{N_{sup}} = - 64.8 \text{ kg/cm}^2 - 108.0 \text{ kg/cm}^2 - 55.7 \text{ kg/cm}^2 + 117.1 \text{ kg/cm}^2 = -111.4 \text{ kg/cm}^2$$

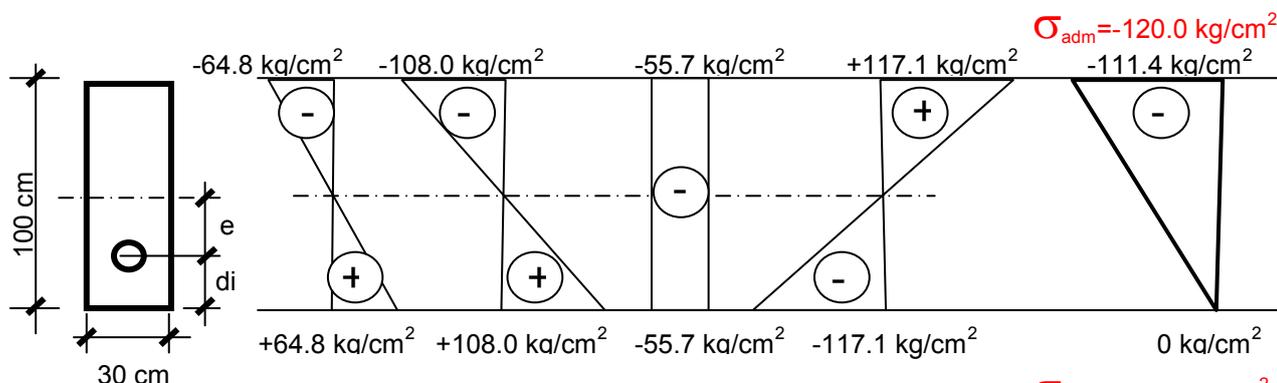


Fig. 24

Vemos en el gráfico anterior (Fig. 24), el estado de tensiones de cada una de las solicitaciones a la que estará sometida la viga, cuando ésta entre en servicio y actúen todas las cargas. Se indican las tensiones admisibles

## VERIFICACIÓN EN ESTADO TRANSITORIO (t=0)

En el momento que la viga ya prefabricada y postesada se iza para colocarla en su posición, actúa el peso propio y la fuerza de tesado que origina la precompresión. La viga resiste con la sección rectangular, que debemos verificar.

Estado de tensiones para  $P_o$  (t = 0) Pretensado $P_o = 1,20 P_\infty$  y peso propio

$$P_o = 1,20 \times 167\,226 \text{ kg} = 200\,671 \text{ kg}$$

$$\sigma_{N_{sup}} = - \frac{Mg}{Wx} - \frac{P_o}{B} + \frac{P_o \times e}{Wx} = - \frac{3.240.000 \text{ kgcm}}{50.000 \text{ cm}^3} - \frac{200\,671 \text{ kg}}{3000 \text{ cm}^2} + \frac{200\,671 \times 35}{50\,000 \text{ cm}^3}$$

$$\sigma_{N_{sup}} = - 64.8 \text{ kg/cm}^2 - 66.9 \text{ kg/cm}^2 + 140.5 \text{ kg/cm}^2 = + 8.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{N_{inf}} = + \frac{Mg}{Wx} - \frac{P_o}{B} - \frac{P_o \times e}{Wx} = + \frac{3.240.000 \text{ kgcm}}{50.000 \text{ cm}^3} - \frac{200\,671 \text{ kg}}{3\,000 \text{ cm}^2} - \frac{200\,671 \times 35}{50\,000 \text{ cm}^3}$$

$$\sigma_{N_{inf}} = + 64.8 \text{ kg/cm}^2 - 66.9 \text{ kg/cm}^2 - 140.5 \text{ kg/cm}^2 = -142.6 \text{ kg/cm}^2$$

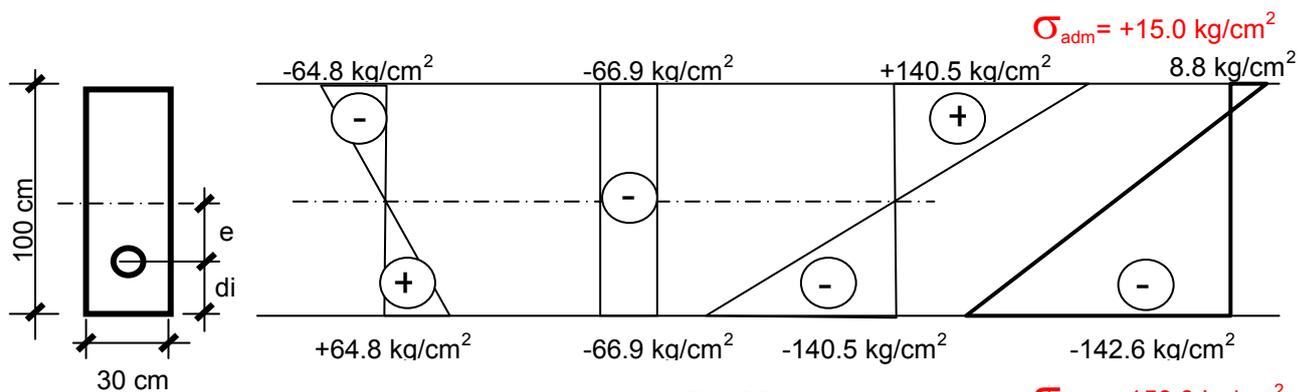
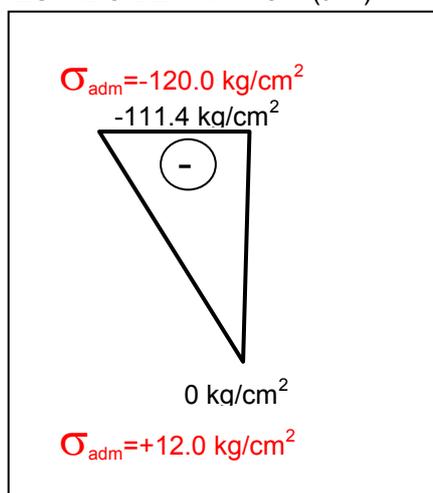


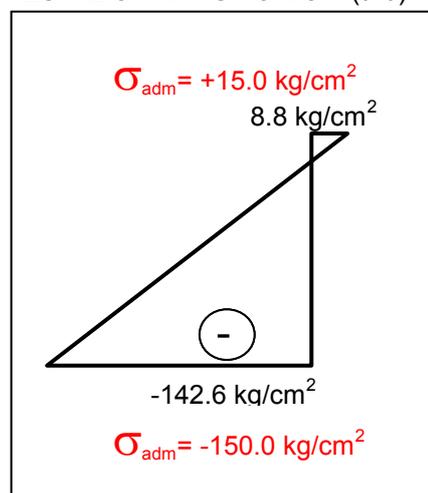
Fig. 25

En resumen:

ESTADO DEFINITIVO (t=∞)



ESTADO TRANSITORIO (t=0)



La armadura de tesado (cables) los adoptamos en función de las secciones comerciales disponibles

Sistema BBRV

## Composición de los cables

TIPO DE CABLE	Vs	n	f	g	ESFUERZOS INICIALES EN ANCLAJE MOVIL						VAINA Øi/Øe
					Para $\sigma_u = 0,65 x$		Para $\sigma_u = 0,70 x$		Para $\sigma_u = 0,75 x$		
Tm	Tm	—	mm. <sup>2</sup>	Kg./m.	165	170	165	170	165	170	mm.
<b>30</b>	37	6 Ø 7	230,88	1,812	24,8	25,5	26,7	27,5	28,6	29,4	30/36
		7 Ø 7	269,36	2,114	28,9	29,8	31,1	32,0	33,3	34,3	
		8 Ø 7	307,84	2,416	33,0	34,0	35,5	(36,6)	38,1	39,2	
<b>60</b>	55	9 Ø 7	346,32	2,718	37,1	38,3	40,0	41,2	42,9	44,2	33/39
		10 Ø 7	384,80	3,020	41,3	42,5	44,4	45,8	47,6	49,1	36/42
		11 Ø 7	423,28	3,322	45,4	46,8	48,9	50,4	52,4	(54,0)	
		12 Ø 7	461,76	3,624	49,5	51,0	(53,3)	(54,9)	57,1	58,9	
<b>60</b>	74	13 Ø 7	500,24	3,926	53,6	55,3	57,8	59,5	61,9	63,8	39/45
		14 Ø 7	538,72	4,228	57,8	59,5	62,2	64,1	66,7	68,7	
		15 Ø 7	577,20	4,530	61,9	63,8	66,7	68,7	(71,4)	(73,6)	
		16 Ø 7	615,68	4,832	66,0	68,0	(71,1)	(73,3)	76,2	78,5	
<b>100</b>	92	17 Ø 7	654,16	5,134	70,2	72,3	75,6	77,8	80,9	83,4	42/48
		18 Ø 7	692,64	5,436	74,3	76,5	80,0	82,4	85,7	(88,3)	45/51
		19 Ø 7	731,12	5,738	78,4	80,8	84,4	87,0	(90,5)	93,2	
		20 Ø 7	769,60	6,040	82,5	85,0	(88,9)	(91,6)	95,2	98,1	
<b>100</b>	111	21 Ø 7	808,08	6,342	86,7	89,3	93,3	96,2	100,0	103,0	48/54
		22 Ø 7	846,56	6,644	90,8	93,5	97,8	100,7	104,8	(107,9)	
		23 Ø 7	885,04	6,946	94,9	97,8	102,2	105,3	(109,5)	112,4	
		24 Ø 7	923,52	7,248	99,0	102,0	(106,7)	(109,9)	114,3	117,7	
<b>150</b>	156	30 Ø 7	1154,40	9,060	123,8	127,6	133,3	137,4	142,9	147,2	54/60
		31 Ø 7	1192,88	9,362	127,9	131,8	137,8	142,0	(147,6)	(152,1)	
		32 Ø 7	1231,36	9,664	132,1	136,1	142,2	146,5	(152,4)	157,0	57/63
		33 Ø 7	1269,84	9,966	136,2	140,3	146,7	(151,1)	157,1	161,9	
		34 Ø 7	1308,32	10,268	140,3	144,6	(151,1)	(155,7)	161,9	166,8	
<b>200</b>	202	40 Ø 7	1539,20	12,080	165,1	170,1	177,8	183,2	190,5	(196,2)	60/66
		41 Ø 7	1577,68	12,382	169,2	174,3	182,2	187,7	(195,2)	(201,1)	63/69
		42 Ø 7	1616,16	12,684	173,3	178,6	186,7	(192,3)	(200,0)	206,1	
		43 Ø 7	1654,64	12,986	177,5	182,8	(191,1)	(196,9)	204,8	211,0	66/72
		44 Ø 7	1693,12	13,288	181,6	187,1	(195,6)	(201,5)	209,5	215,9	
<b>250</b>	250	50 Ø 7	1924,00	15,100	206,3	212,6	222,2	229,0	238,1	(245,3)	69/75
		51 Ø 7	1962,48	15,402	210,5	216,8	226,7	233,5	(242,9)	(250,2)	72/78
		52 Ø 7	2000,96	15,704	214,6	221,1	231,1	238,1	(247,6)	—	
		53 Ø 7	2039,44	16,006	218,7	225,5	235,6	(242,7)	—	—	
		54 Ø 7	2077,92	16,308	222,8	229,6	(240,0)	(247,3)	—	—	

TIPO DE CABLE = Indica el esfuerzo nominal en anclaje móvil.

Vs = Esfuerzo máximo admisible en sobretesado momentáneo.

n = Número de alambres que forman el cable (a elección del proyectista).

f = Sección del acero de los cables (1 Ø 7 = 38,48 mm.<sup>2</sup>)

g = Peso del acero de los cables (1 Ø 7 = 0,302 Kg./m.)

$\sigma_u$  = Tensión de utilización del acero (Kg./mm.<sup>2</sup>)

Los esfuerzos entre paréntesis son admisibles en sobretesado momentáneo.

Comprobar que los anclajes admiten el número de alambres escogido.

En nuestro caso  $P_o = 1,20 \times P_\infty = 1,20 \times 167.226 \text{ kg} = 200.671 \text{ kg}$

$A_t = 200.671 \text{ kg} / 10.500 \text{ kg/cm}^2 = 19,11 \text{ cm}^2$

Tipo de cable 60      1 cable de 11 Ø 7 tiene una sup. de 4,23 cm<sup>2</sup>       $n = 19,11 / 4,23 = 4,52$

Necesitamos 5 cables tipo 60 de 11 Ø 7 mm cada uno. La vaina tiene un diámetro externo de 42 mm