

**DNC**  
**TP2**

Cátedra: **ESTRUCTURAS – NIVEL 1**

Taller: VERTICAL I – DELALOYE - NICO - CLIVIO

**Trabajo Práctico Nº 2 : Cálculo de Reacciones**

Curso 2011

Elaboró: Ing. Analía Pinasco -  
Ing. Rodolfo Granada

Revisión: 2

Fecha: abril de 2011

**Objetivo**

Resolución de estructuras de una sola chapa (vigas y pórticos), y de dos chapas (triarticulados), mediante el empleo de las ecuaciones generales de la estática y las particulares relacionadas con las vinculaciones internas (rótulas o articulaciones).

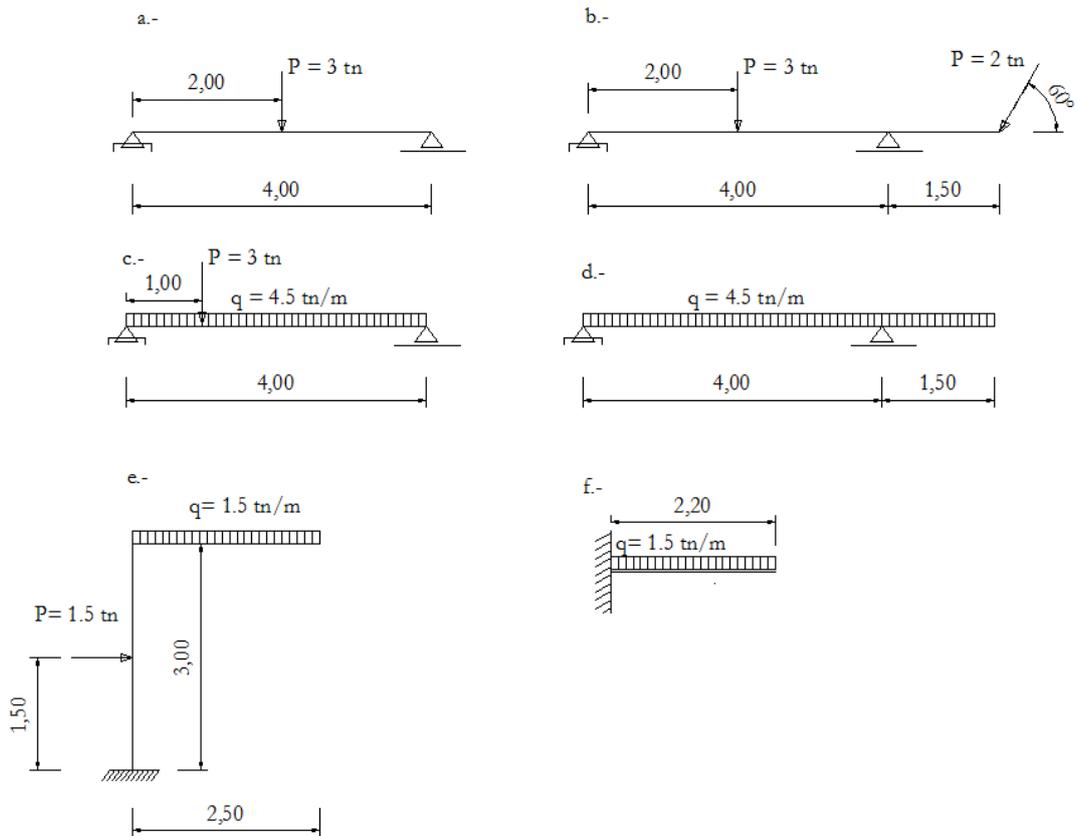
Identificar a las estructuras de acuerdo a su isostaticidad (hipostáticas, isostáticas e hiperestáticas).

Introducción al funcionamiento de las estructuras en correspondencia con su vinculación externa (apoyos) e interna (rótulas).

Continuar con el uso de las unidades vigentes.

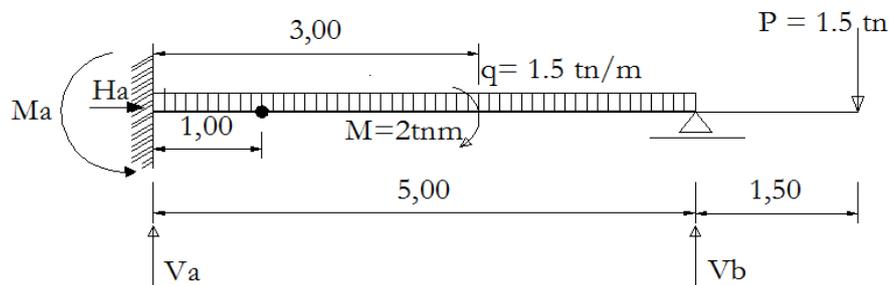
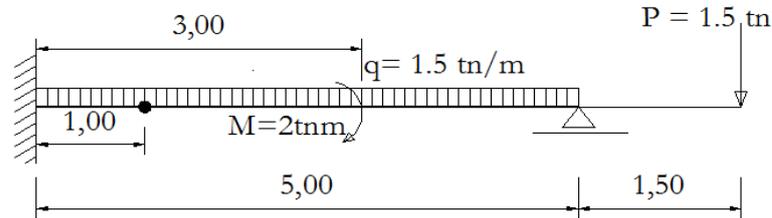
**Ejercicio Nº1:**

Hallar las reacciones en las siguientes vigas y pórticos. Dibujar las elásticas



**Ejercicio resuelto**

Ejercicio resuelto



$$\sum F_x = H_a = 0$$

$$\sum F_y = V_a + V_b - 1,5 \text{ tn} - 1,5 \text{ tn/m} * 5 \text{ m} = 0$$

$$\sum M_a = -M_a + 2 \text{ tn} \cdot \text{m} + 1,5 \text{ tn/m} * 5 \text{ m} * 2,5 \text{ m} - V_b * 5 + 1,5 * 6,5 = 0$$

$$\sum \text{Mart.der.} = 1,5 \text{ tn/m} * 4 \text{ m} * 2 \text{ m} + 2 \text{ tn} \cdot \text{m} - V_b * 4 \text{ m} + 1,5 \text{ tn} * 5,5 \text{ m} = 0$$

Despejando de la 1ª ecuación, obtenemos  $V_b = 1,825 \text{ tn}$

Reemplazando el valor de  $V_b$  en la 2ª ecuación, resulta  $V_a = 7,175 \text{ tn}$

La incógnita  $M_a$ , la despejamos de la 3ª ecuación, cuyo valor es  $M_a = 21,375 \text{ tn} \cdot \text{m}$

El signo de cada incógnita obtenida nos da positivo, lo que significa que hemos supuesto bien el sentido de las incógnitas. Cabe recordar que se plantean tantas ecuaciones como incógnitas tenga la estructura

**Ejercicio N°2:**

**Resolver el esquema estático de los siguientes casos**

**a.-**



**b.-**



**c.-**



**Madrid, España**

Ubicación: **Las Rozas,**

La gravedad define los espacios y los esfuerzos de los elementos estructurales que conforman el espacio se encuentran sometidos a un permanente equilibrio. La casa Hemeroscopium, en Madrid es una secuencia de 7 elementos estructurales los cuales se unen entre sí de acuerdo a la naturaleza de sus esfuerzos, principalmente apoyos simples

El cálculo de la estructura se tomó más de un año, por el contrario la construcción y montaje tomó tan solo 7 días. Esto último gracias a los elementos prefabricados. La obra fue construida prácticamente con hormigón bajo un criterio de economía y durabilidad. Cada habitación esta diseñada para obtener iluminación natural, abierta a un patio y a la piscina central, la cual esta planteada como un elemento central en el diseño. Una segunda piscina se ubica en la viga en U sobre el nivel de suelo la cual cumple con el largo olímpico. Por otro lado el uso de los vidrios se pensó para evitar las barreras visuales entre interior y exterior.

d.-



e.-

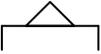


**El alumno deberá fotografiar una edificación de la ciudad y realizar el mismo trabajo**

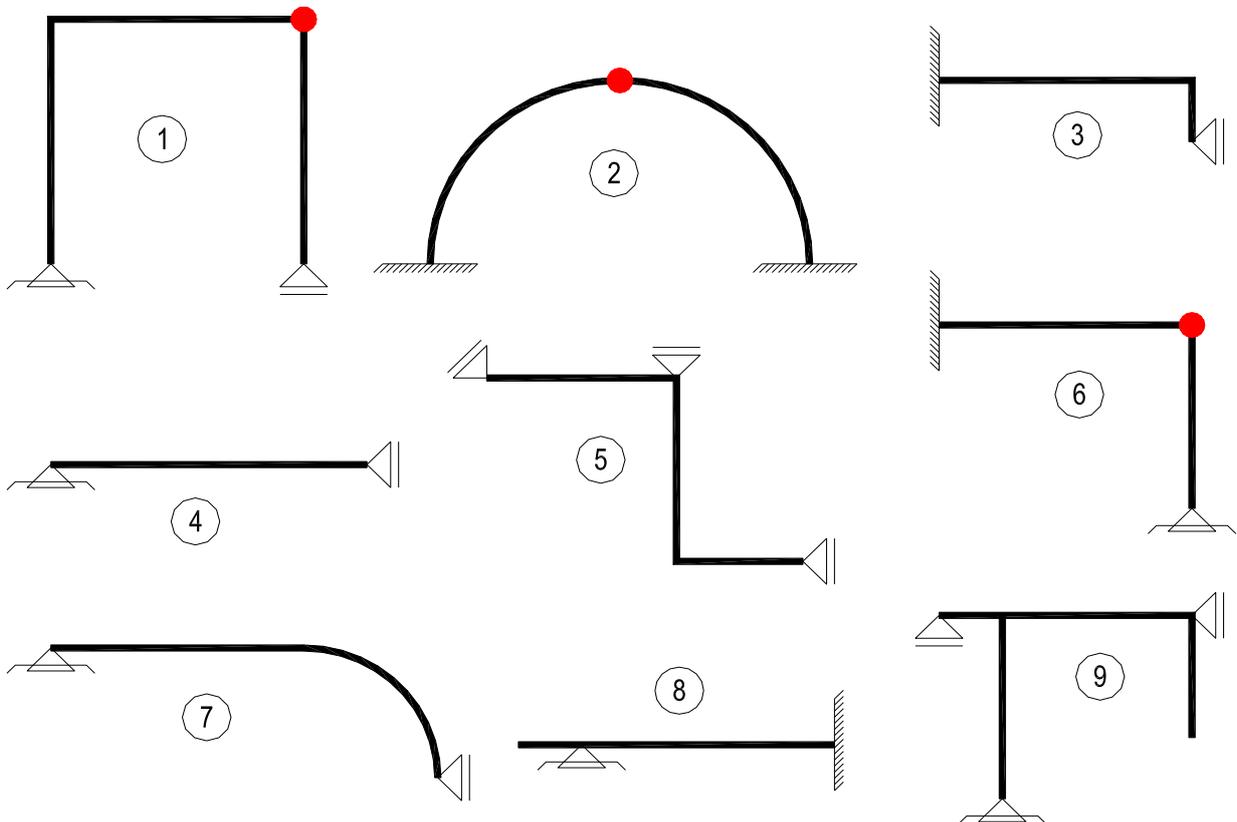
**Ejercicio N°3:**

**Cuestionario.**

a) Completar:

Tipo de vínculo	Grados de lib. que permite	Grados de lib. que restringe	Reacciones que genera
			
			
			

- b) Qué es un triarticulado? Grafique dos casos.
- c) Explique qué entiende por estructura hipostática, isostática e hiperestática. Cuál es inadmisibles de ser usada desde el punto de vista estructural ?
- d) Dibujar una estructura con vinculación aparente.
- e) Clasificar las siguientes estructuras
- f) Agregar o quitar vínculos para transformarlas en isostáticas.



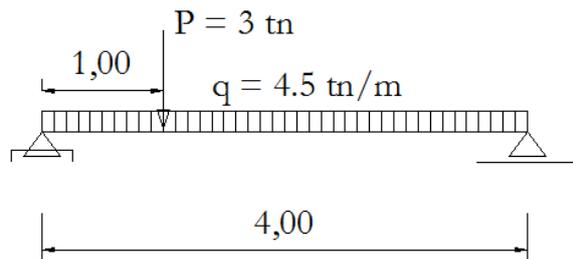
g) Qué condiciones se deben cumplir para que dos vigas se puedan considerar continuas?

Ejercicio N° 4

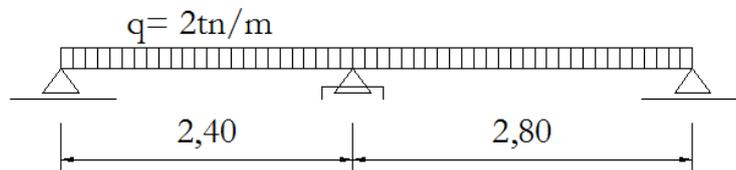
Resolver el ejercicio a) utilizando la tabla y verificarlo mediante el uso de las ecuaciones de equilibrio

Resolver el ejercicio b) utilizando solamente la tabla

a)

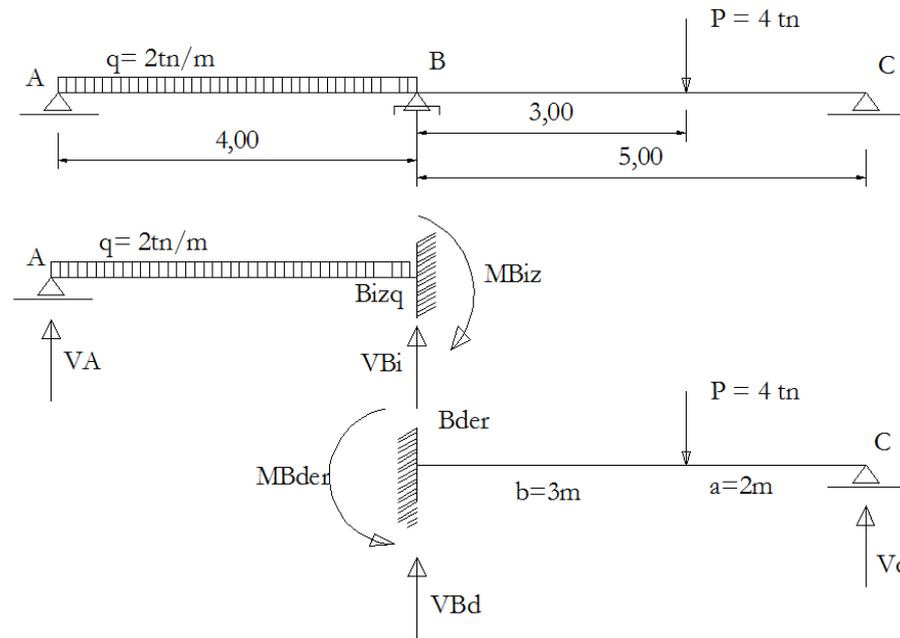


b)



## Ejercicio resuelto

b)



Dividimos la viga continua en dos vigas de un tramo cada una. Como vemos, estas vigas, no son isostáticas, por lo tanto, para calcular las reacciones recurrimos a la tabla adjunta.

Los valores obtenidos en el apoyo intermedio para ambos tramos, deberán sumarse, ya que es el punto de continuidad.

$$V_A = 3 \text{ tn}$$

$$V_{Bizq} = 5 \text{ tn}$$

$$V_{Bder} = 2.272 \text{ tn}$$

$$V_C = 1.728 \text{ tn}$$

$$V_B = 7.272 \text{ tn}$$

Los momentos indicados en el dibujo serán calculados cuando analicemos los esfuerzos internos

### Resultados de los ejercicios del punto 1

a)  $H_A = 0$   $V_A = R_B = 1.5 \text{ tn}$

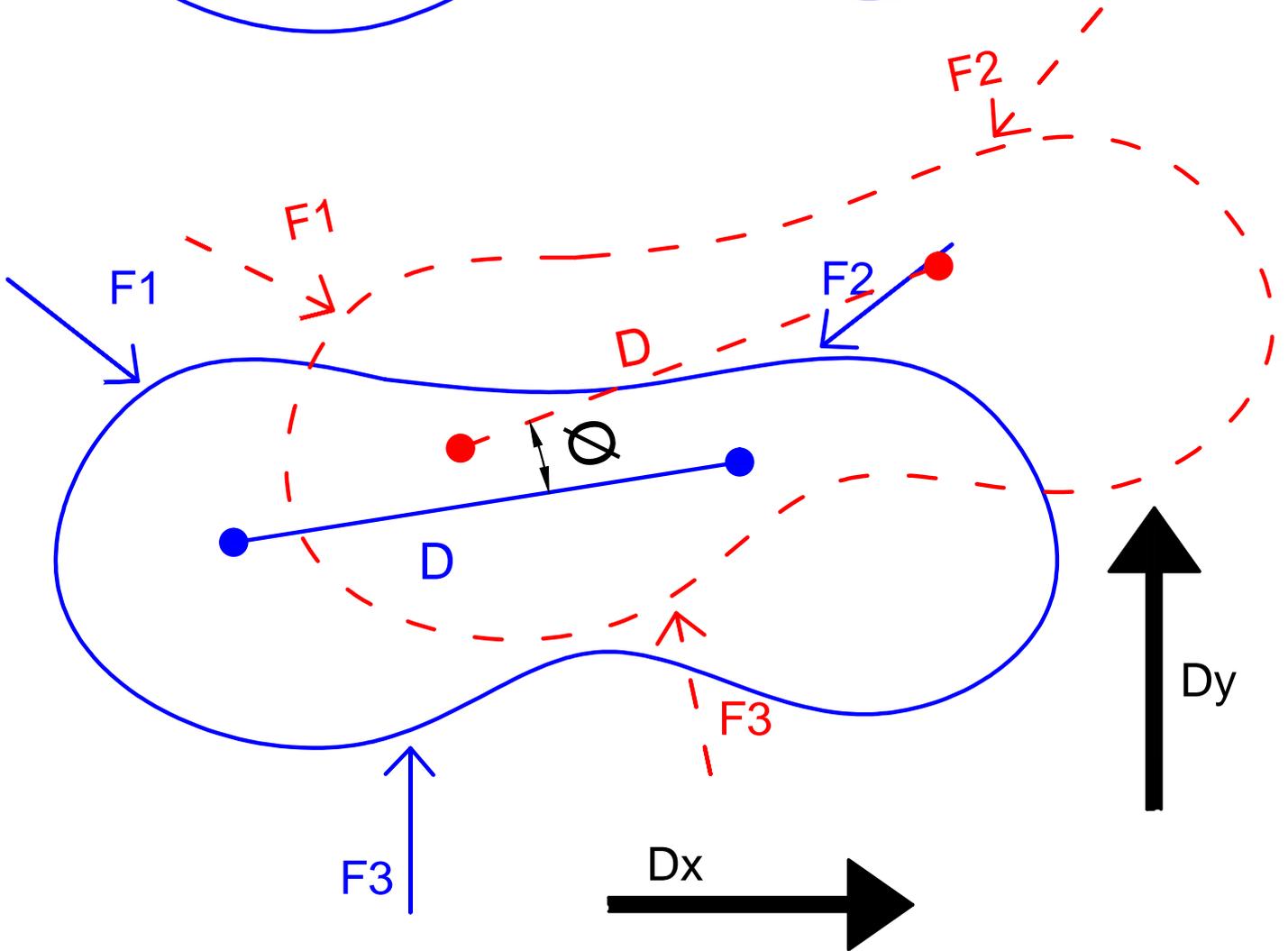
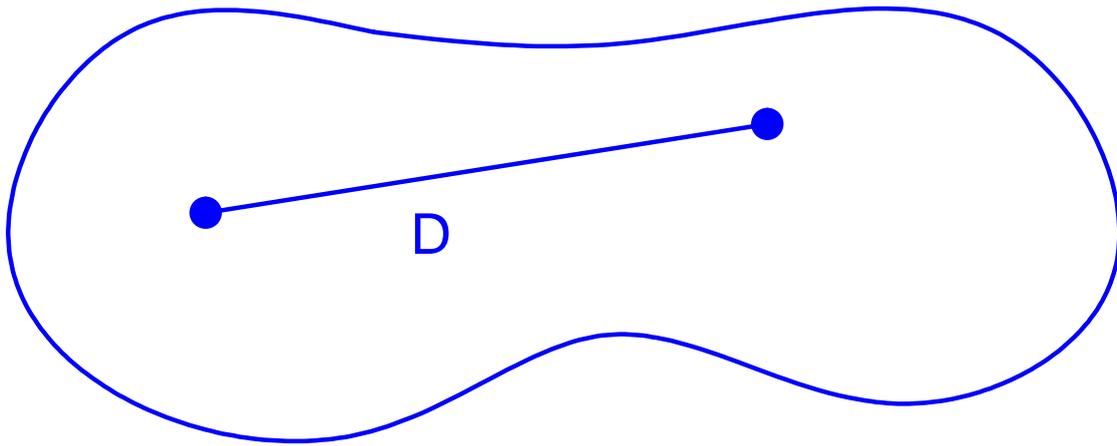
b)  $H_A = 0$   $V_A = 0.94 \text{ tn}$   $R_B = 3.56 \text{ tn}$

c)  $H_A = 0$   $V_A = 11.25 \text{ tn}$   $R_B = 9.75 \text{ tn}$

d)  $H_A = 0$   $V_A = 7.74 \text{ tn}$   $R_B = 17.01 \text{ tn}$

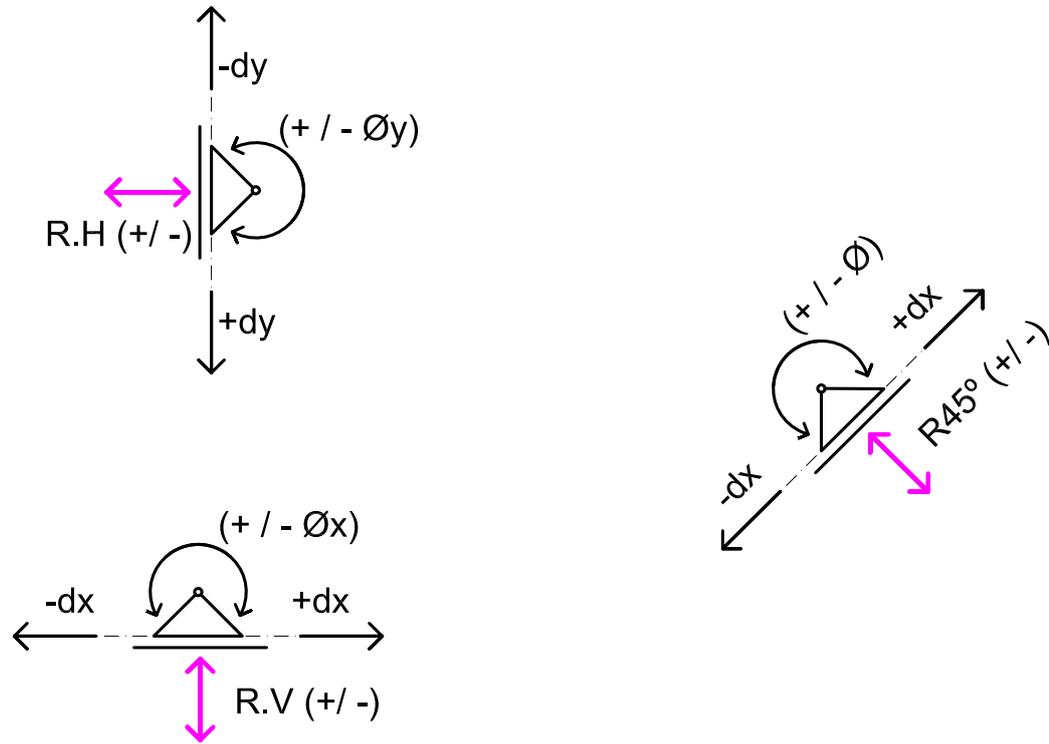
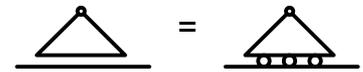
e)  $H_A = -1.5 \text{ tn}$   $V_A = 3.75 \text{ tn}$   $M_A = -6.94 \text{ tnm}$

f)  $H_A = 0$   $V_A = 3.3 \text{ tn}$   $M_A = -3.63 \text{ tnm}$

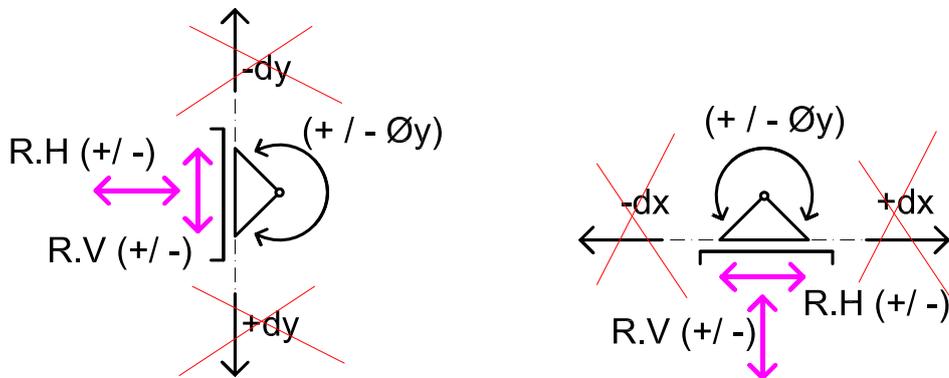
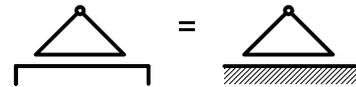


Una chapa en el plano tiene 3  
grados de libertad  
 $D_x$  ,  $D_y$  y  $\emptyset$   
Para fijarla necesita vínculos que  
genere 3 restricciones.

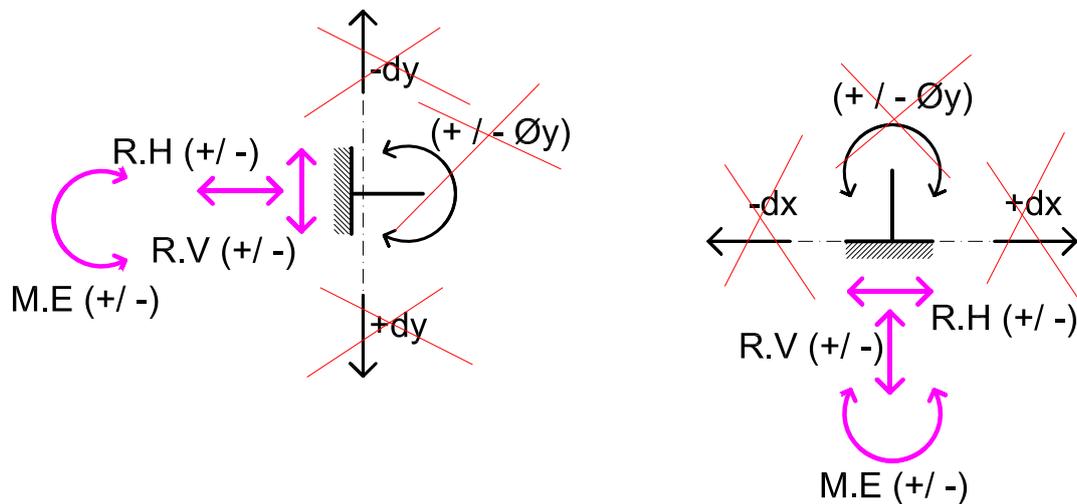
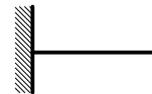
APOYO 1º ESPECIE APOYO SIMPLE O MOVIL



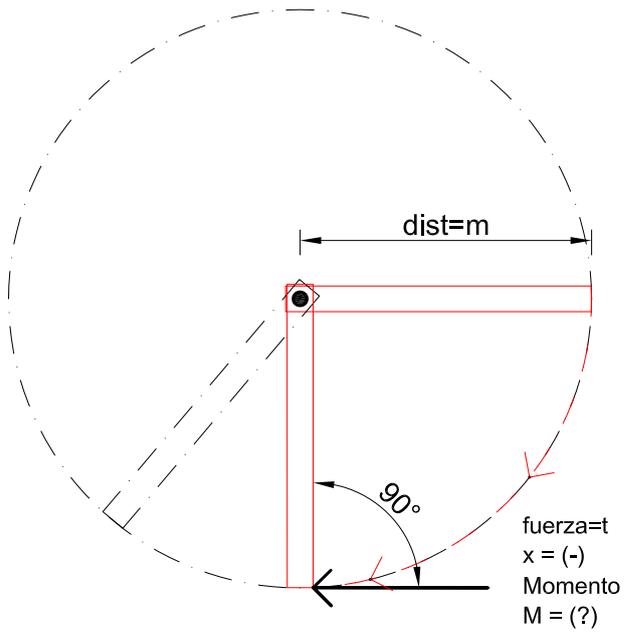
APOYO 2º ESPECIE APOYO DOBLE



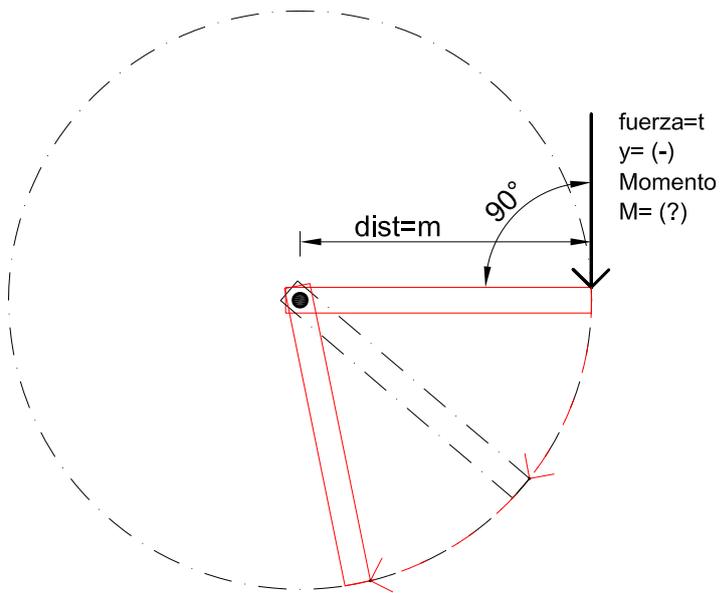
APOYO 3º ESPECIE - EMPOTRAMIENTO



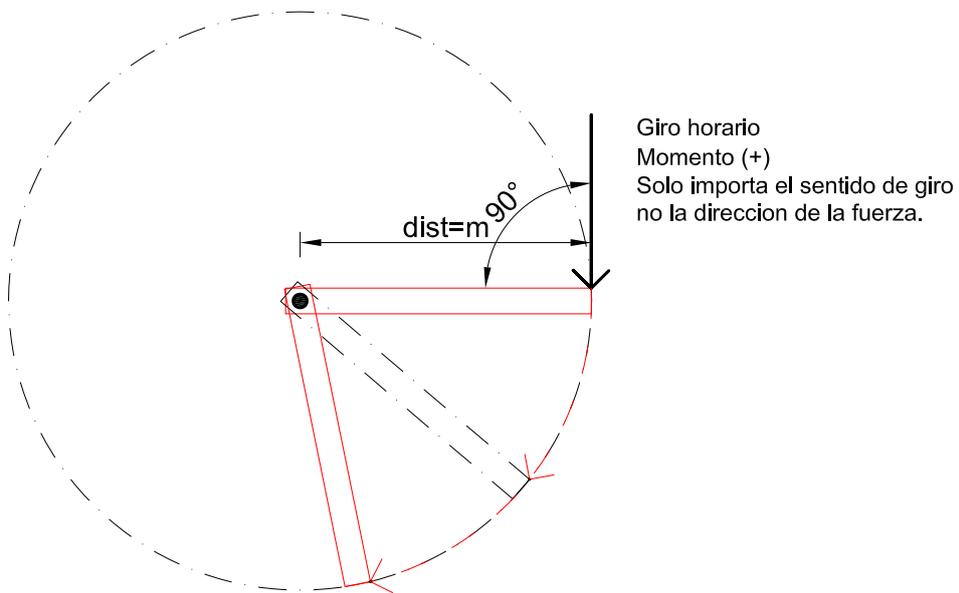
MOMENTO = FUERZA \* DISTANCIA =  $m * t$

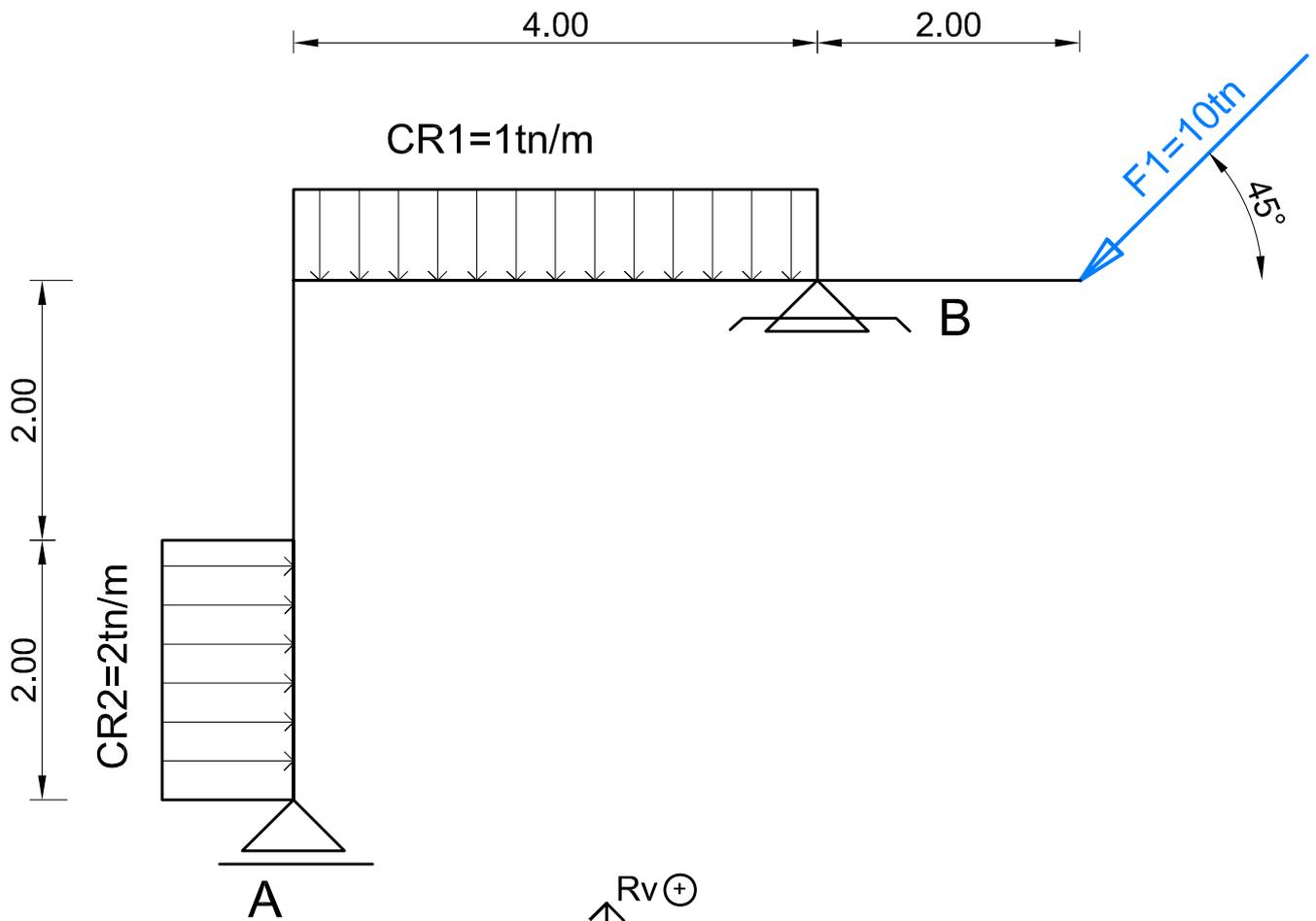


MOMENTO = FUERZA \* DISTANCIA =  $m * t$

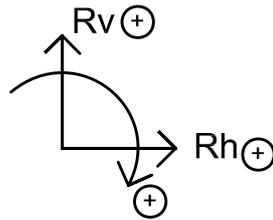


MOMENTO = FUERZA \* DISTANCIA =  $m * t$





① CONVENCION DE SIGNOS

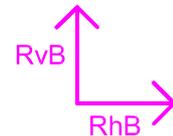


② REMPLAZO LOS VINCULOS POR LAS REACCIONES QUE GENERA.

A - VINCULO DE 1ra ESPECIE - IMPIDE DESPLAZAMIENTO PERPENDICULAR A SU PLANO DE APOYO. POR LO TANTO DEBE GENERAR 1 FUERZA VERTICAL.



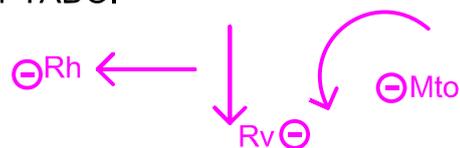
B - VINCULO DE 2da ESPECIE - IMPIDE DESPLAZAMIENTO VERTICAL Y HORIZONTAL. ( $\delta Y - \delta X$ ) POR LO TANTO DEBE GENERAR 1 FUERZA HORIZONTAL - RhB  
1 FUERZA VERTICAL - RvB



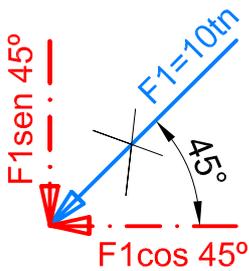
CONVIENE SUPONER TODAS LAS REACCIONES ⊕



SI EL SENTIDO SUPUESTO ES EL CORRECTO DA ⊕ y COINCIDE CON EL CONVENIO DE SIGNOS ADOPTADO. SI EL SENTIDO SUPUESTO ES EQUIVOCADO ⊖ y TAMBIEN COINCIDE CON EL CONVENIO ADOPTADO.



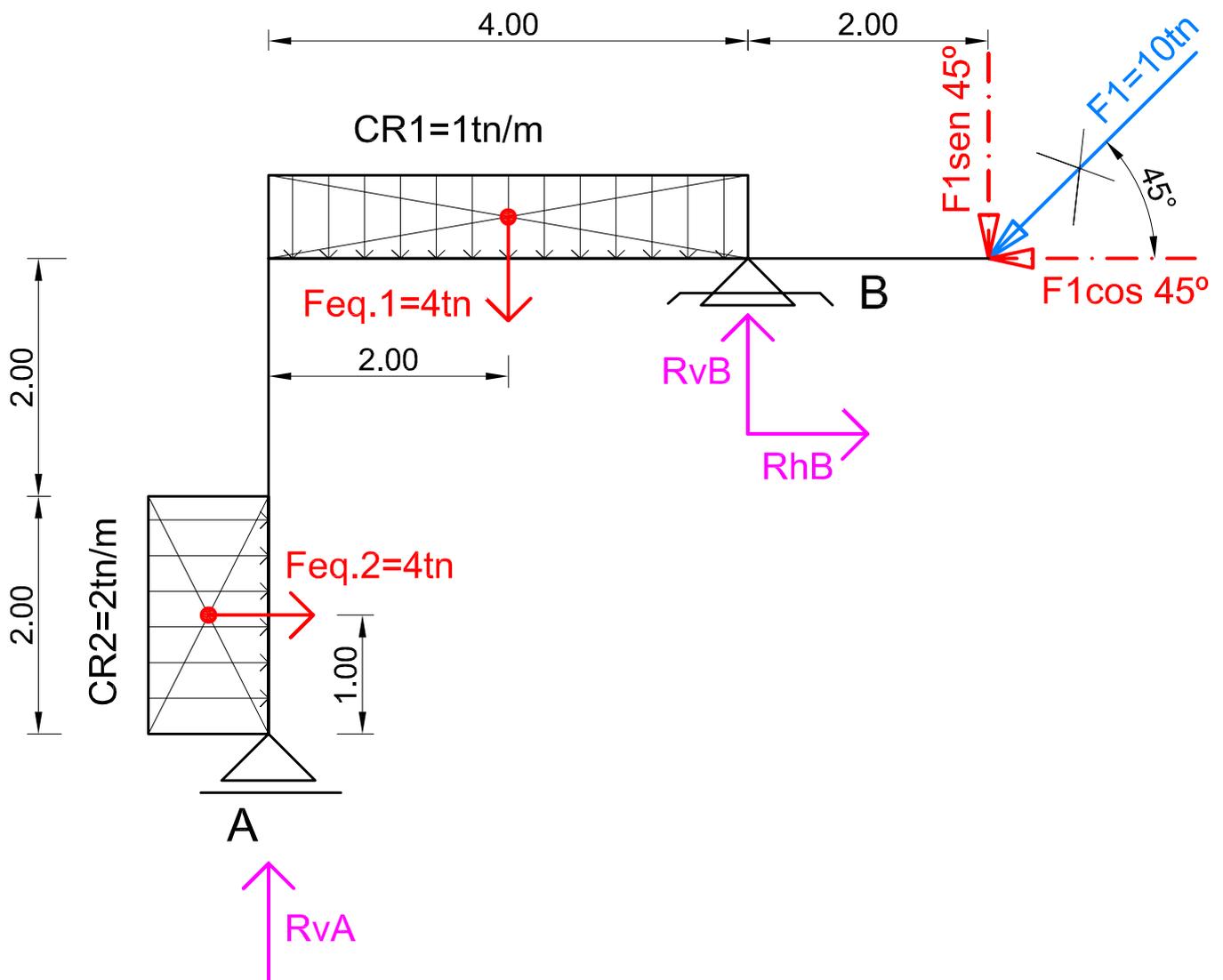
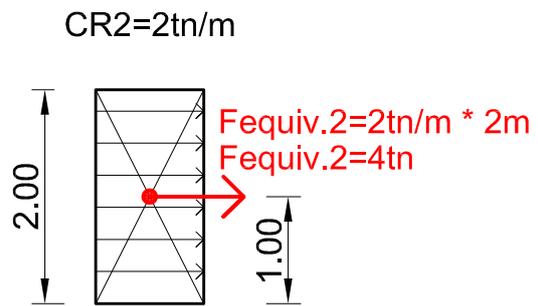
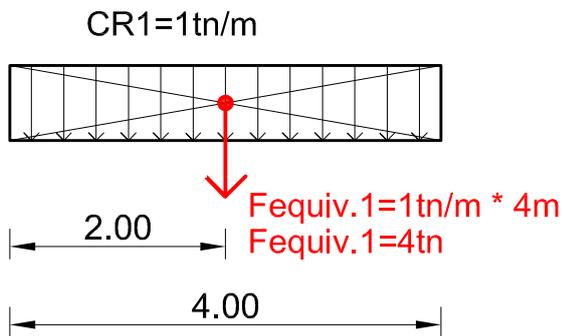
3 LAS FUERZAS INCLINADAS CONVIENE REMPLAZARLAS POR SUS PROYECCIONES



$$F1h = F1 \cdot \cos 45^\circ = 10 \cdot 0.707 = 7.07 \text{tn}$$

$$F1v = F1 \cdot \sin 45^\circ = 10 \cdot 0.707 = 7.07 \text{tn}$$

4 LAS CARGAS REPARTIDAS CONVIENE REMPLAZARLAS POR UNA FUERZA EQUIVALENTE CONCENTRADA EN SU BARICENTRO



- 5) PLANTEAMOS LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO.  
 1 CHAPA → 3 GRADOS DE LIBERTAD → 3 RESTRICCIONES  
 HALLAMOS LAS 3 INCOGNITAS  $R_{vA}$ ,  $R_{vB}$ ,  $R_{hB}$ , LOS VALORES DE LAS MISMA NOS ASEGURAN QUE EL CUERPO CARGADO NO SE PODRA DESPLAZAR NI GIRAR.

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad \sum F_x=0 &= +R_{hB} - F_1 \cos 45^\circ + F_{R2} = 0 \\ &+R_{hB} - 10 \cdot 0.707 + 2 \text{tn/m} \cdot 2\text{m} = 0 \\ &+R_{hB} = +7.07 - 4\text{tn} = +3.07 \quad \rightarrow \equiv \text{CON LO SUPUESTO} \end{aligned}$$



ASEGURA QUE NO HAY DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

$$\begin{aligned} \textcircled{B} \quad \sum F_y=0 &= +R_{vA} + R_{vB} - F_1 \sin 45^\circ - F_{R1} \\ &+R_{vA} + R_{vB} - 10 \text{tn} \cdot 0.707 - 1 \text{tn/m} \cdot 4\text{m} = 0 \end{aligned}$$

TOMO MOMENTO EN B PORQUE ANULO  $R_{vB}$  y  $R_{hB}$



ASEGURA QUE NO HAY DESPLAZAMIENTOS VERTICALES.

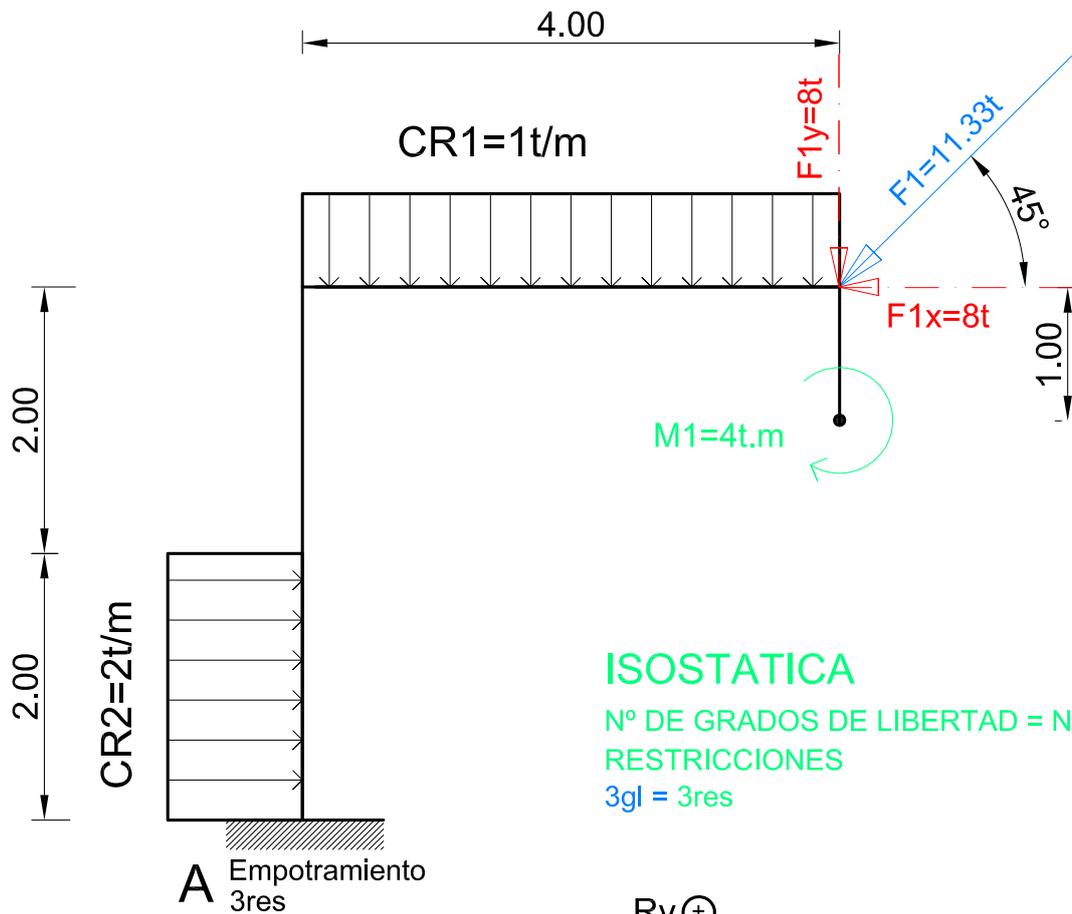
$$\begin{aligned} \textcircled{C} \quad \sum M_B=0 &= +R_{vA} \cdot 4 - F_{\text{equiv.2}} \cdot 3\text{m} - F_{\text{equiv.1}} \cdot 2\text{m} + F_{\text{sen}45^\circ} \cdot 2\text{m} = 0 \\ &+R_{vA} \cdot 4 - 4\text{tn} \cdot 3\text{m} - 4\text{tn} \cdot 2\text{m} + 7.07 \cdot 2\text{m} = 0 \\ &+R_{vA} = \frac{12.0 \text{tn.m} + 8.0 \text{tn.m} - 14.14 \text{tn.m}}{4\text{m}} = 1.465 \text{tn} \quad \uparrow = R_{vA} \end{aligned}$$

REEMPLAZO EN  $R_{vA}$  EN  $\textcircled{B}$  Y OBTENGO

$$R_{vB} = 7.07\text{tn} + 4\text{tn} - 1.47\text{tn} = 9.61 \quad \uparrow \equiv \text{CON LO SUPUESTO}$$



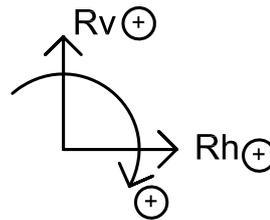
ASEGURA QUE LA ESTRUCTURA NO GIRA EN EL PLANO.



### ISOSTATICA

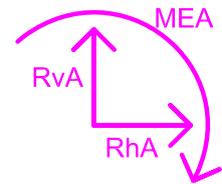
Nº DE GRADOS DE LIBERTAD = Nº DE RESTRICCIONES  
 $3gl = 3res$

#### 1 CONVENCION DE SIGNOS



#### 2 REMPLAZO LOS VINCULOS POR LAS REACCIONES QUE GENERA.

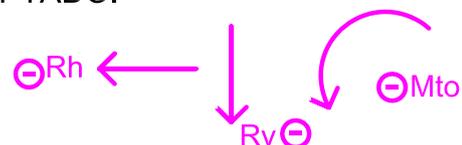
A - VINCULO DE 3da ESPECIE - IMPIDE DESPLAZAMIENTO VERTICAL HORIZONTAL Y GIRO. ( $\delta Y - \delta X - \delta Z$ )  
 POR LO TANTO DEBE GENERAR  
 1 FUERZA HORIZONTAL -  $RhA$   
 1 FUERZA VERTICAL -  $RvA$   
 1 PAR -  $MEA$



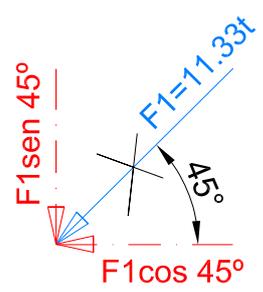
CONVIENE SUPONER TODAS LAS REACCIONES (+)



SI EL SENTIDO SUPUESTO ES EL CORRECTO DA (+) y COINCIDE CON EL CONVENIO DE SIGNOS ADOPTADO. SI EL SENTIDO SUPUESTO ES EQUIVOCADO (-) y TAMBIEN COINCIDE CON EL CONVENIO ADOPTADO.



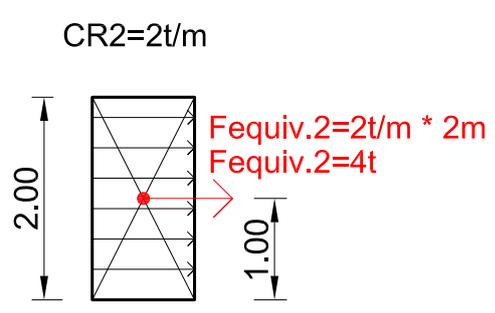
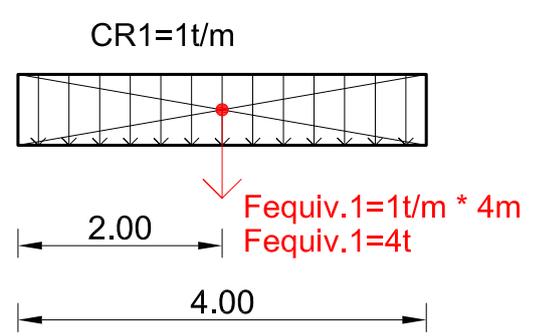
3 LAS FUERZAS INCLINADAS CONVIENE REEMPLAZARLAS POR SUS PROYECCIONES



$$F1h = F1 \cdot \cos 45^\circ = 11.33 \cdot 0.707 = 8t$$

$$F1v = F1 \cdot \sin 45^\circ = 11.33 \cdot 0.707 = 8t$$

4 LAS CARGAS REPARTIDAS CONVIENE REEMPLAZARLAS POR UNA FUERZA EQUIVALENTE CONCENTRADA EN SU BARICENTRO

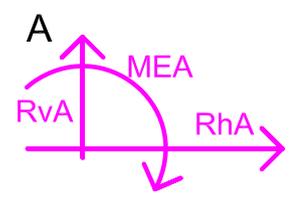
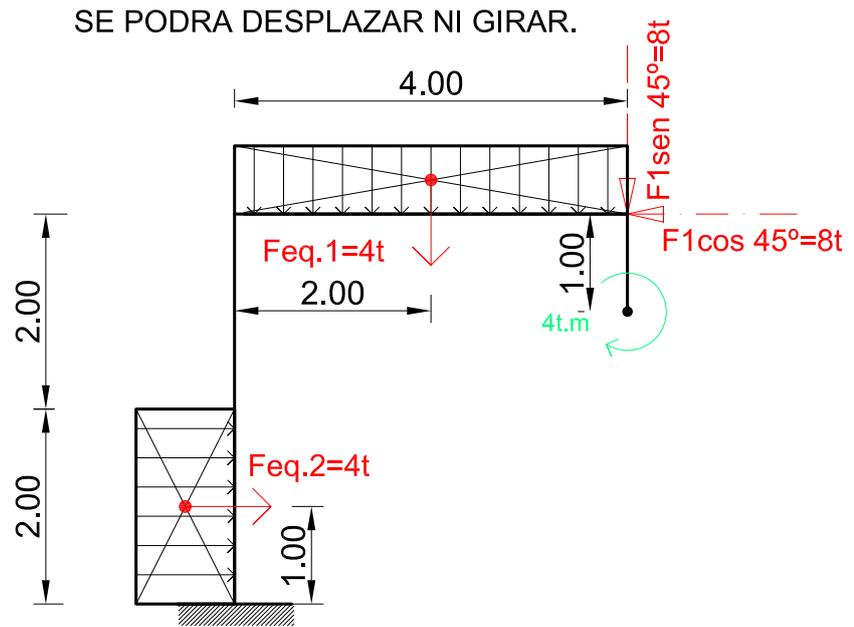


5 PLANTEAMOS LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO.

3 RESTRICCIONES → 3 ECUACIONES

1)  $\sum Fx = 0$  2)  $\sum Fy = 0$  3)  $\sum M_{total} = 0$

HALLAMOS LAS 3 INCOGNITAS  $RvA$ ,  $RhA$ , y  $MEA$ , LOS VALORES DE LAS MISMAS NOS ASEGURAN QUE EL CUERPO CARGADO NO SE PODRA DESPLAZAR NI GIRAR.



$$\textcircled{A} \sum F_x = 0 = +R_{HA} + 2t/m \cdot 2m - 8t = 0$$

$$+R_{HA} = 8t - 4t = +4t \rightarrow \equiv \text{CON LO SUPUESTO}$$



ASEGURA QUE NO HAY DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

$$\textcircled{B} \sum F_y = 0 = +R_{VA} - 1t/m \cdot 4m - 8t = 0$$

$$+R_{VA} = +4t + 8t = 12t$$

$$+R_{VA} = 12t \uparrow$$

DA (+) SENTIDO SUPUESTO CORRECTO, ESTO IMPLICA QUE COINCIDE CON LA DIRECCION ELEGIDA Y CON EL SIGNO POSITIVO DE LA CONVENCION DE SIGNOS.



ASEGURA QUE NO HAY DESPLAZAMIENTOS VERTICALES.

SUMATORIA DE MOMENTO TOTAL

$$\textcircled{C} \sum M_A = 0 = +M_{EA} + 2t/m \cdot 2m \cdot 1m + 1t/m \cdot 4m \cdot 2m + 8t \cdot 4m - 8t \cdot 4m + (M_1 = 4tm) = 0$$

UNICA INCOGNITA MEA: DESPEJO

$$M_{EA} = - 2t/m \cdot 2m \cdot 1m - 1t/m \cdot 4m \cdot 2m - 8t \cdot 4m + 8t \cdot 4m - 4tm = 0$$

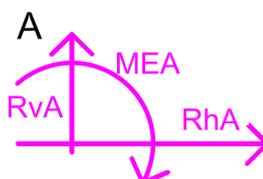
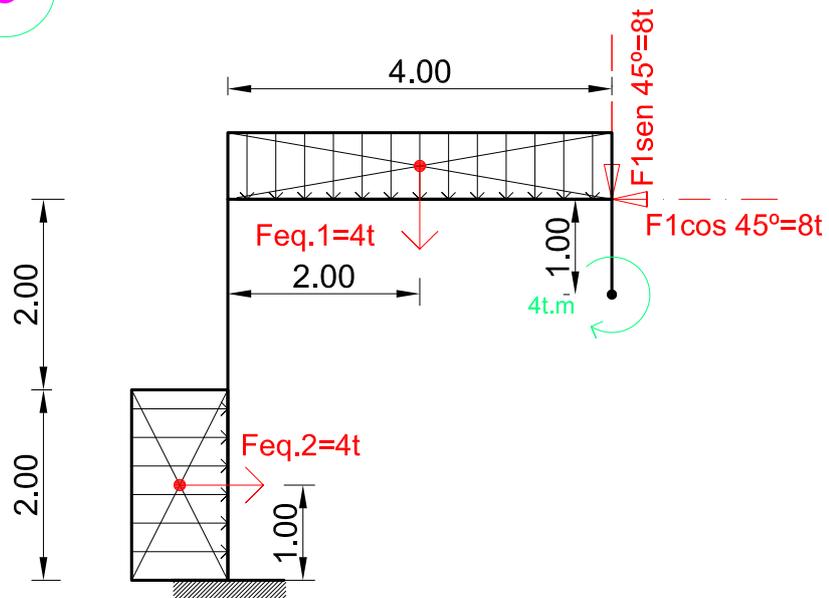
$$M_{EA} = - 4tm - 8tm - 32tm + 32tm - 4tm = -16tm$$



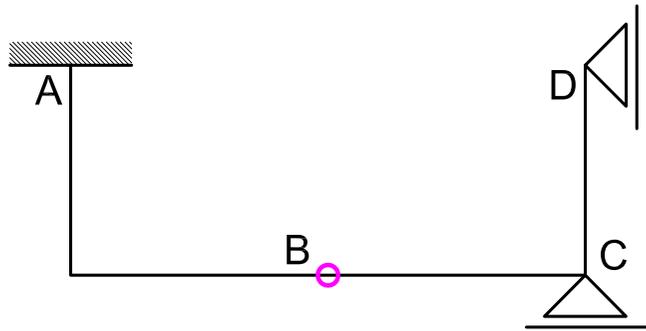
ASEGURA QUE NO HAY DESPLAZAMIENTOS VERTICALES.

DA (-) SENTIDO SUPUESTO INCORRECTO,

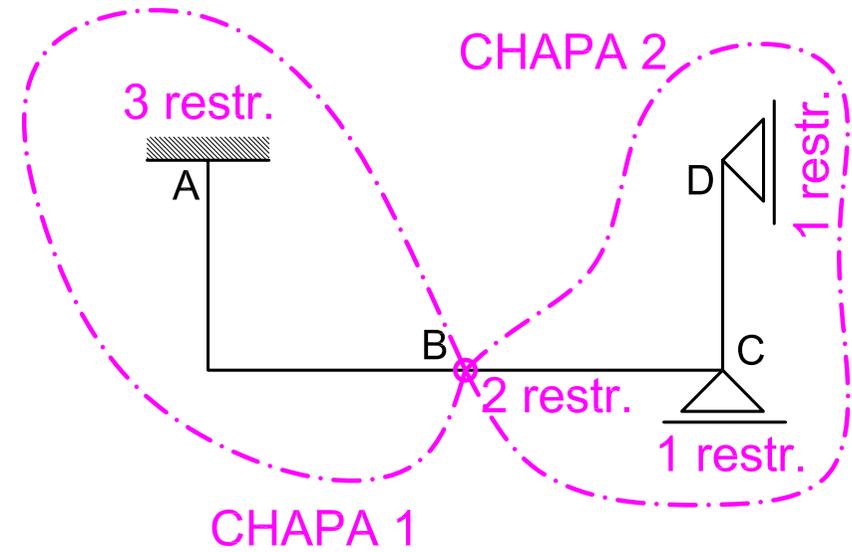
ESTO IMPLICA QUE GIRA EN SENTIDO CONTRARIO



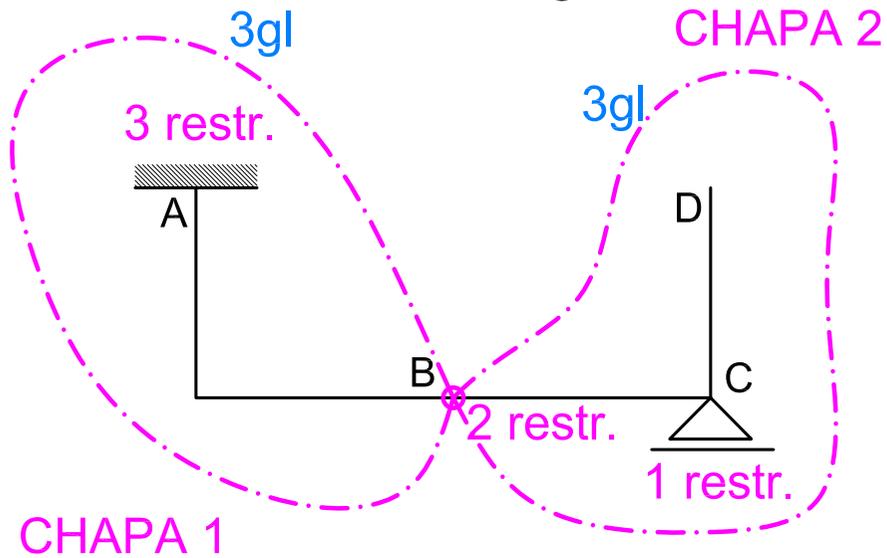
### (3) - EJERCICIO



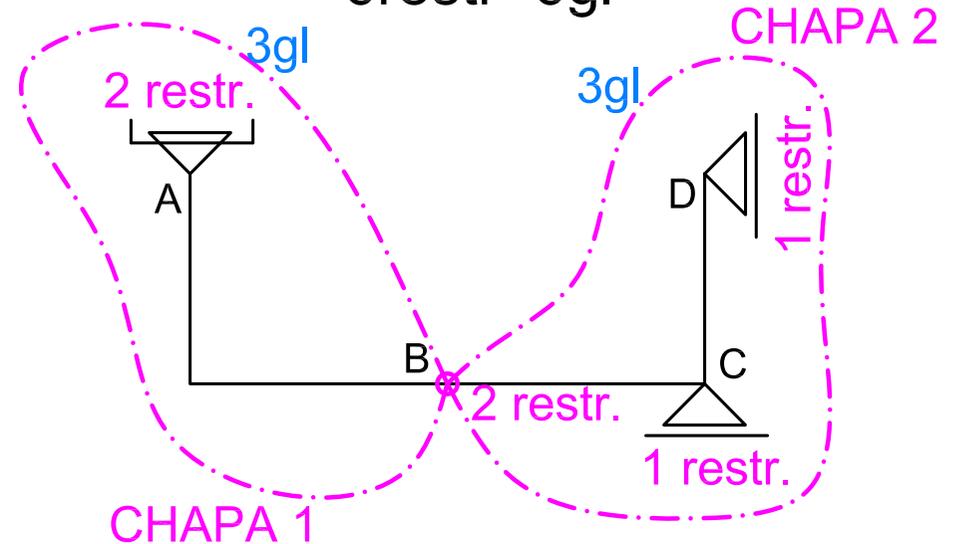
$$7\text{restr} > 6\text{gl}$$



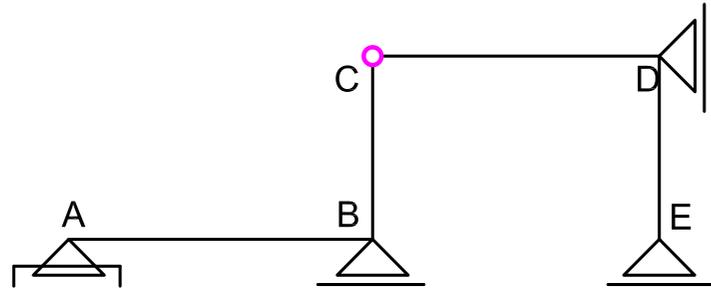
$$6\text{restr} = 6\text{gl}$$



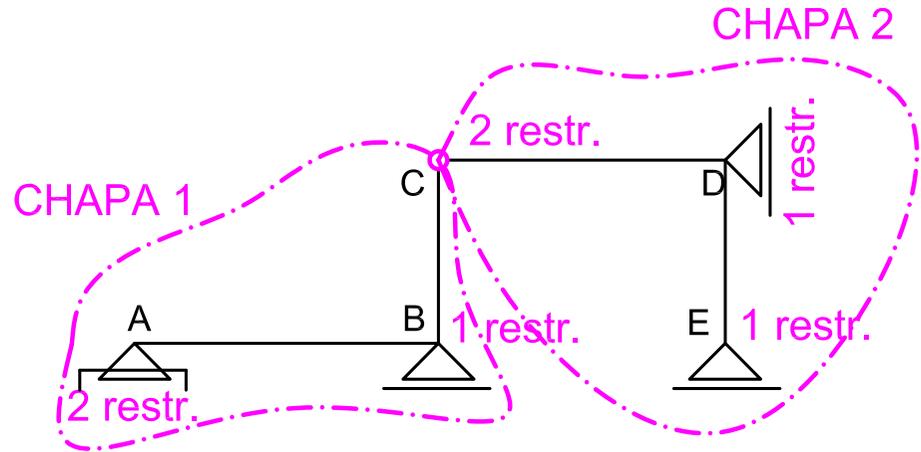
$$6\text{restr} = 6\text{gl}$$



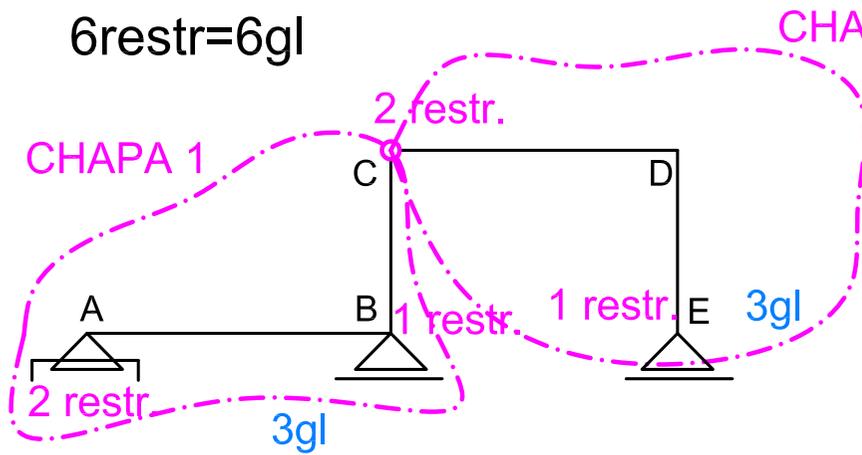
(2) - EJERCICIO



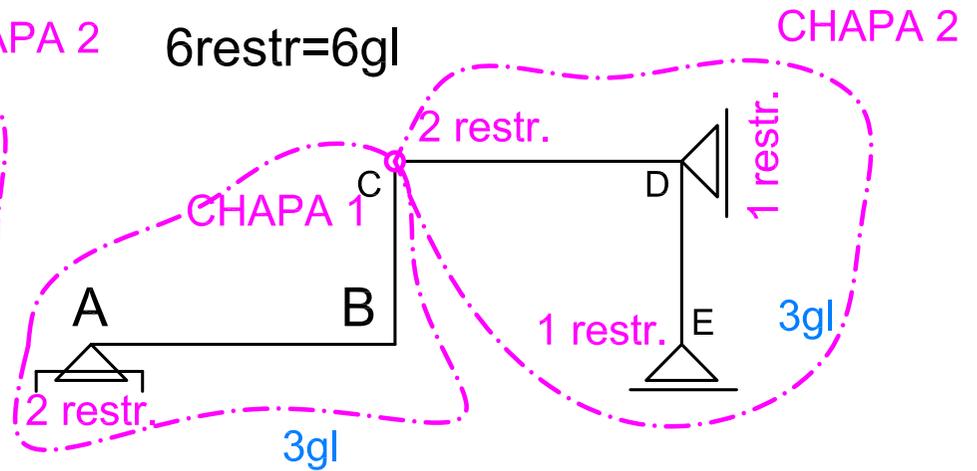
$7\text{restr} > 6\text{gl}$



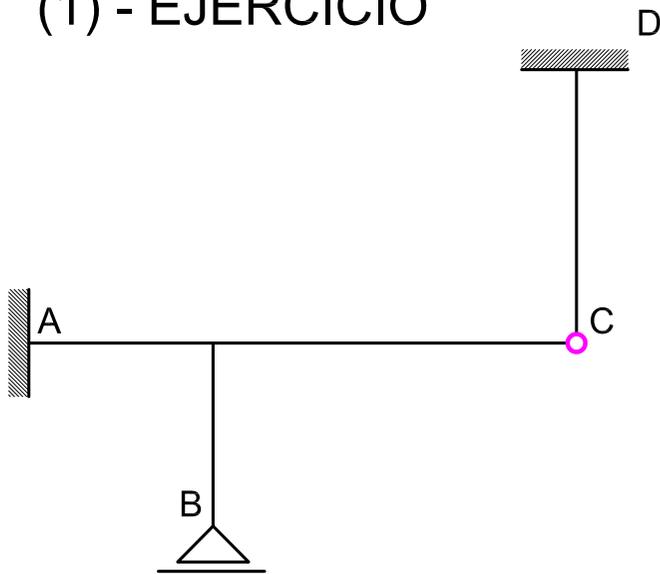
$6\text{restr} = 6\text{gl}$



$6\text{restr} = 6\text{gl}$

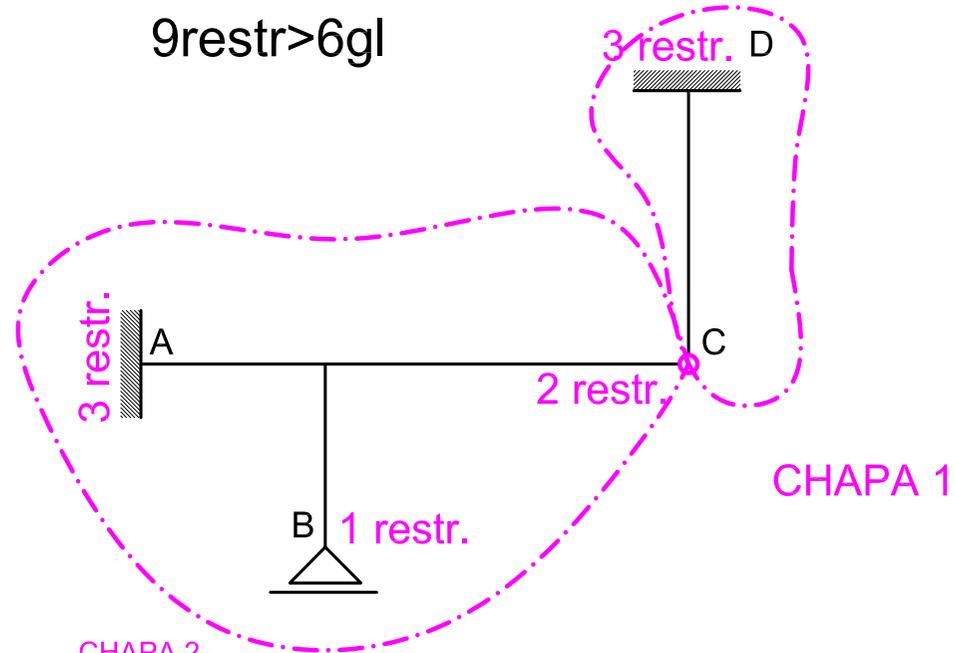


(1) - EJERCICIO

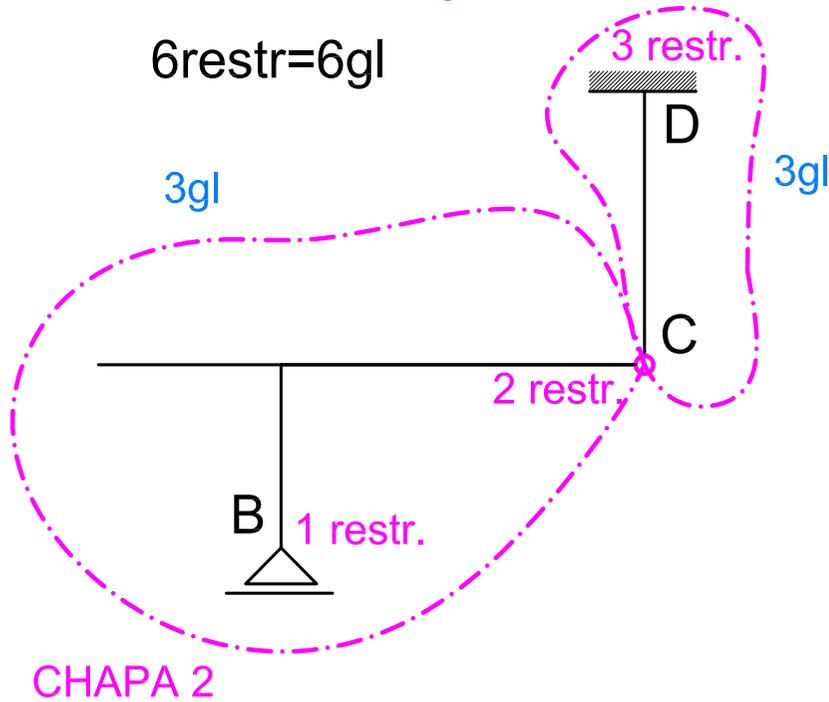


CHAPA 1

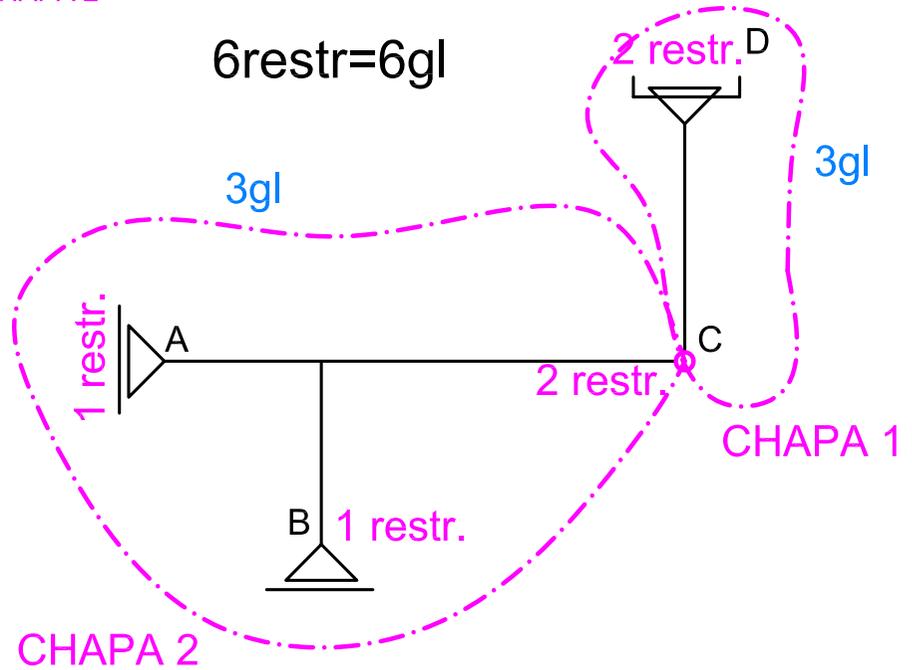
$9 \text{ restr.} > 6 \text{ gl}$



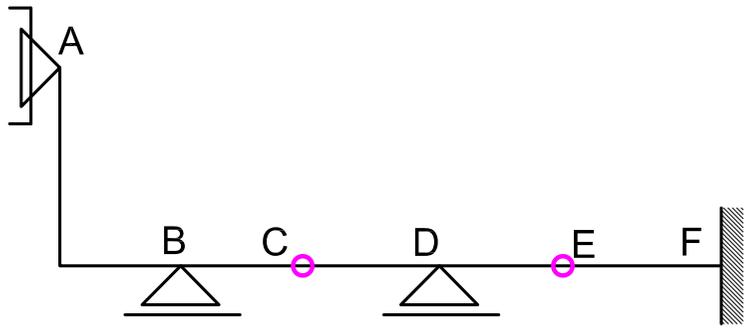
$6 \text{ restr.} = 6 \text{ gl}$



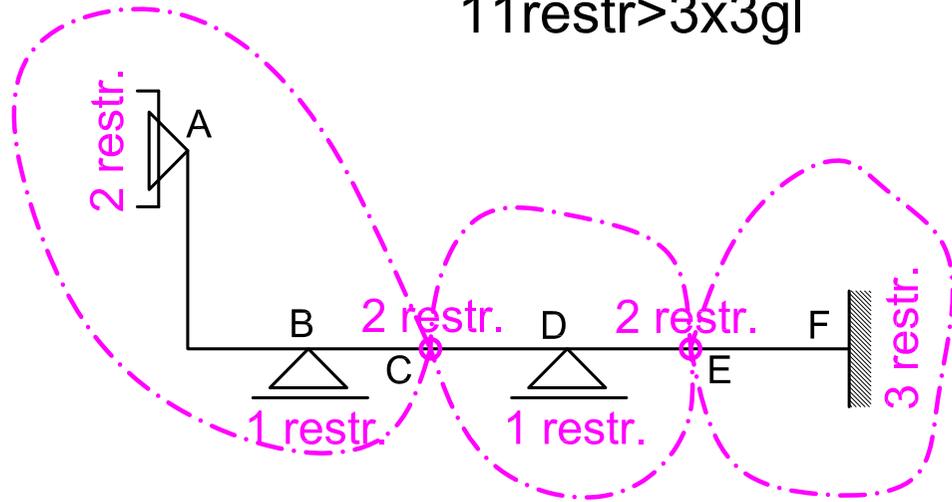
$6 \text{ restr.} = 6 \text{ gl}$



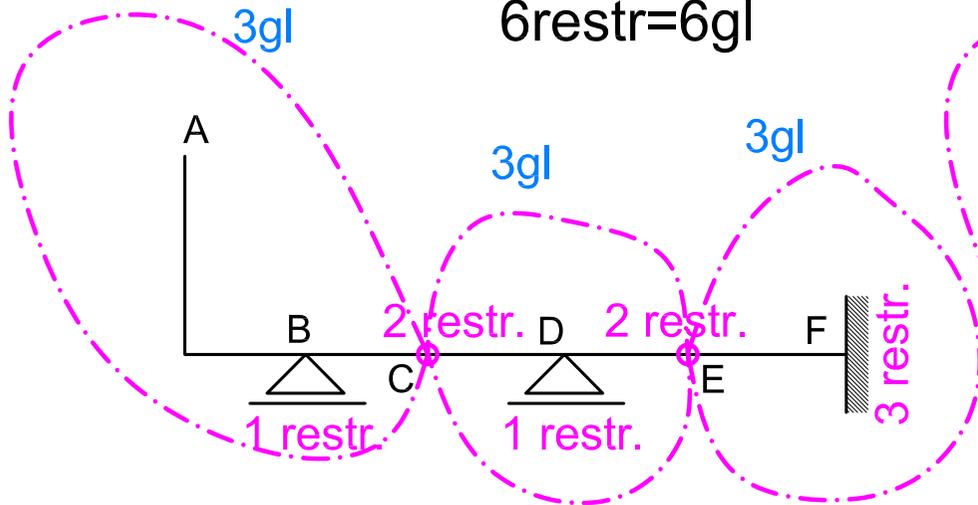
# (4) - EJERCICIO



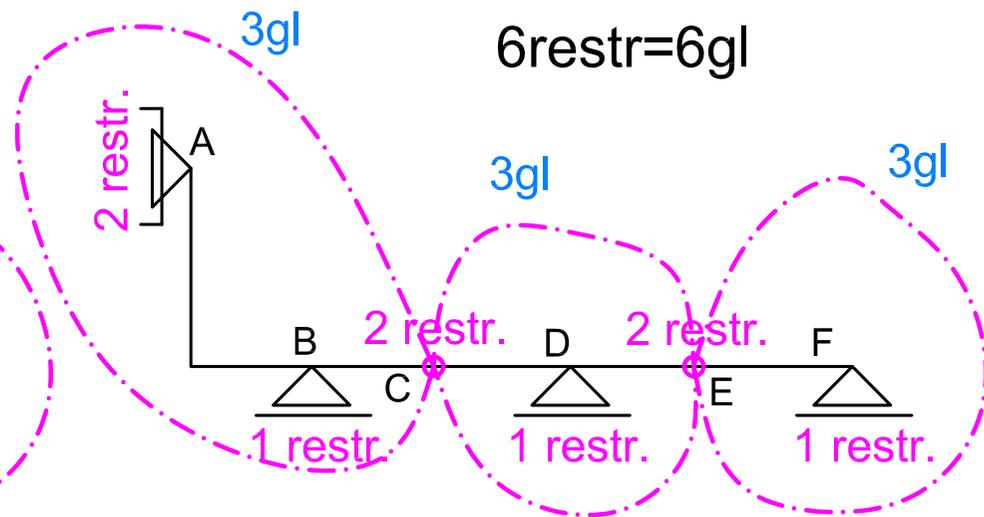
$$11 \text{ restr.} > 3 \times 3 \text{ gl}$$

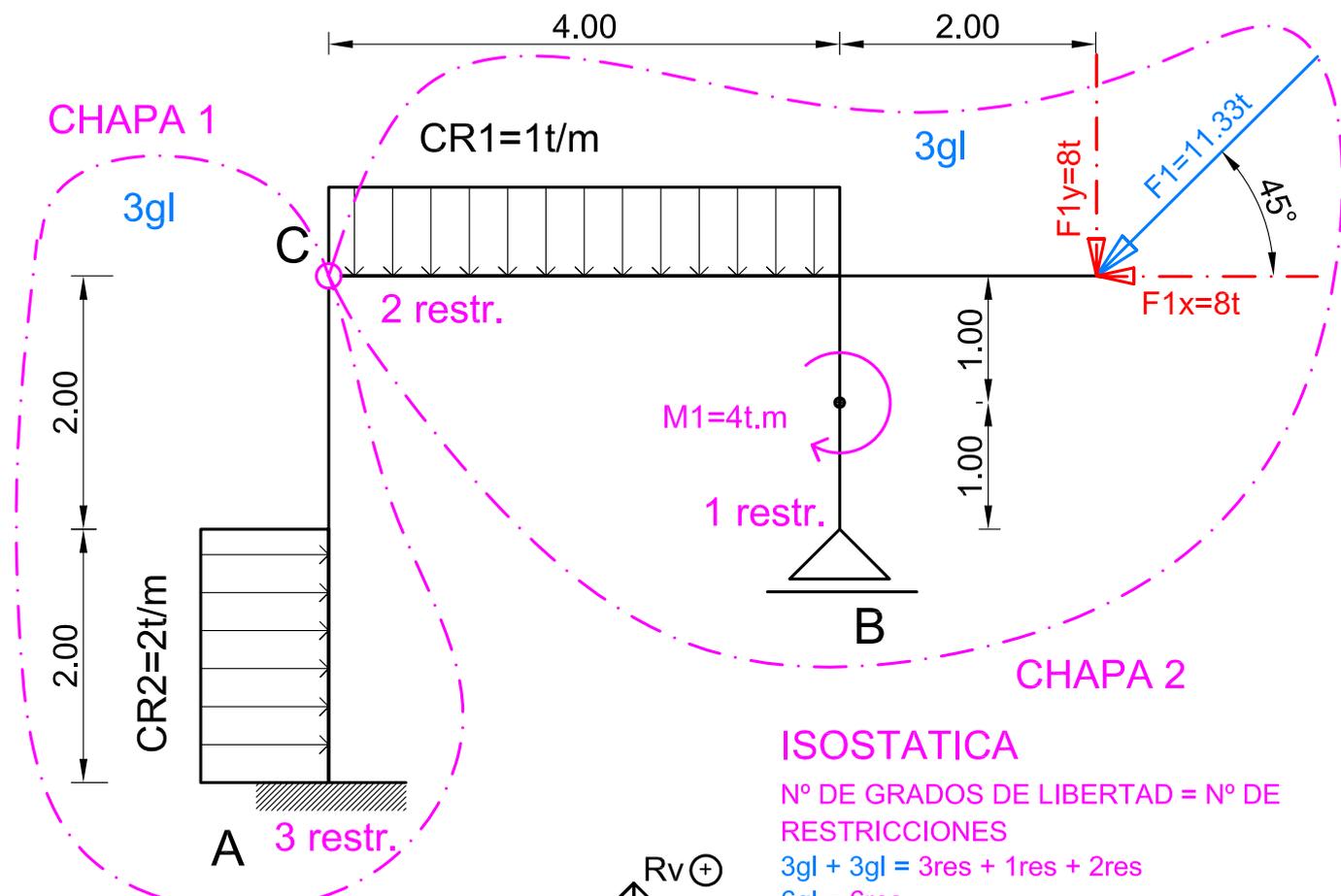


$$6 \text{ restr.} = 6 \text{ gl}$$

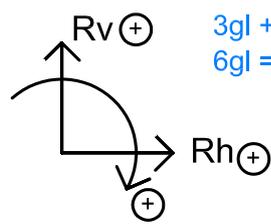


$$6 \text{ restr.} = 6 \text{ gl}$$





① CONVENCION DE SIGNOS

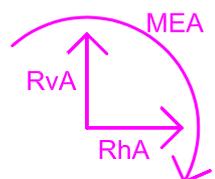


**ISOSTATICA**

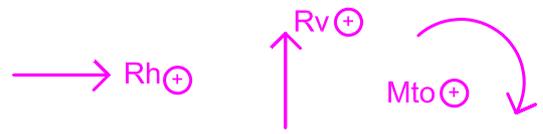
Nº DE GRADOS DE LIBERTAD = Nº DE RESTRICCIONES  
 $3gl + 3gl = 3res + 1res + 2res$   
 $6gl = 6res$

② REMPLAZO LOS VINCULOS POR LAS REACCIONES QUE GENERA.

A - VINCULO DE 3da ESPECIE - IMPIDE DESPLAZAMIENTO VERTICAL HORIZONTAL Y GIRO. ( $\delta Y - \delta X - \emptyset$ )  
 POR LO TANTO DEBE GENERAR  
 1 FUERZA HORIZONTAL - RhA  
 1 FUERZA VERTICAL - RvA  
 1 PAR - MEA



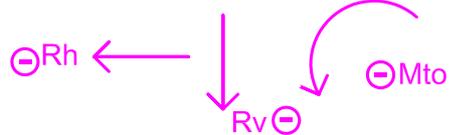
CONVIENE SUPONER TODAS LAS REACCIONES (+)



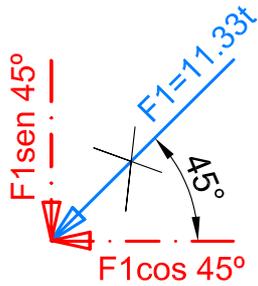
B - VINCULO DE 1ra ESPECIE - IMPIDE DESPLAZAMIENTO PERPENDICULAR A SU PLANO DE APOYO.  
 POR LO TANTO DEBE GENERAR  
 1 FUERZA VERTICAL.



SI EL SENTIDO SUPUESTO ES EL CORRECTO DA (+) y COINCIDE CON EL CONVENIO DE SIGNOS ADOPTADO. SI EL SENTIDO SUPUESTO ES EQUIVOCADO (-) y TAMBIEN COINCIDE CON EL CONVENIO ADOPTADO.



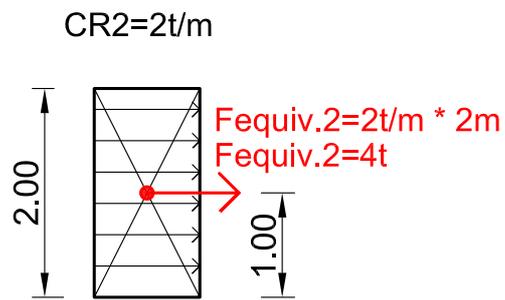
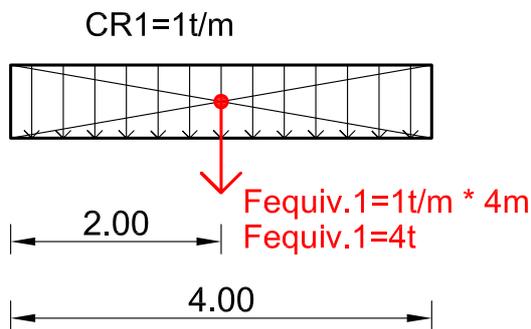
3 LAS FUERZAS INCLINADAS CONVIENE REMPLAZARLAS POR SUS PROYECCIONES



$$F1h = F1 \cdot \cos 45^\circ = 11.33 \cdot 0.707 = 8t$$

$$F1v = F1 \cdot \sin 45^\circ = 11.33 \cdot 0.707 = 8t$$

4 LAS CARGAS REPARTIDAS CONVIENE REMPLAZARLAS POR UNA FUERZA EQUIVALENTE CONCENTRADA EN SU BARICENTRO

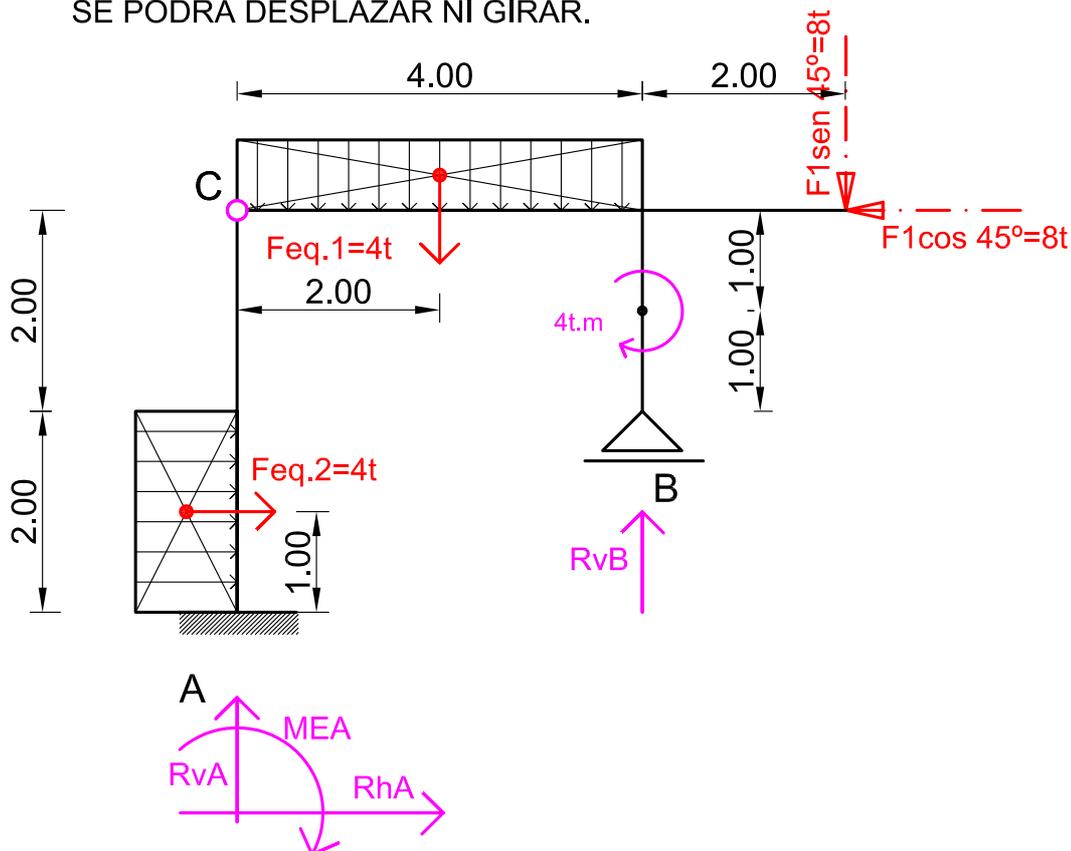


5 PLANTEAMOS LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO.

4 RESTRICCIONES → 4 ECUACIONES

1)  $\sum Fx = 0$  2)  $\sum Fy = 0$  3)  $\sum M_{total} = 0$  4)  $\sum M_{C.relatoivo} = 0$

HALLAMOS LAS 4 INCOGNITAS  $RvA$ ,  $RhA$ ,  $RvB$ , y  $ME_A$ , LOS VALORES DE LAS MISMAS NOS ASEGURAN QUE EL CUERPO CARGADO NO SE PODRA DESPLAZAR NI GIRAR.



$$\textcircled{A} \sum F_x = 0 = +R_{HA} + 2t/m \cdot 2m - 8t = 0$$

$$\boxed{+R_{HA} = 8t - 4t = +4t} \rightarrow \equiv \text{CON LO SUPUESTO}$$



ASEGURA QUE NO HAY DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

$$\textcircled{B} \sum F_y = 0 = +R_{VA} + R_{VB} - 1t/m \cdot 4m - 8t = 0$$

$$+R_{VA} = +4t + 8t - R_{VB} = 12t - 15t = -3t$$

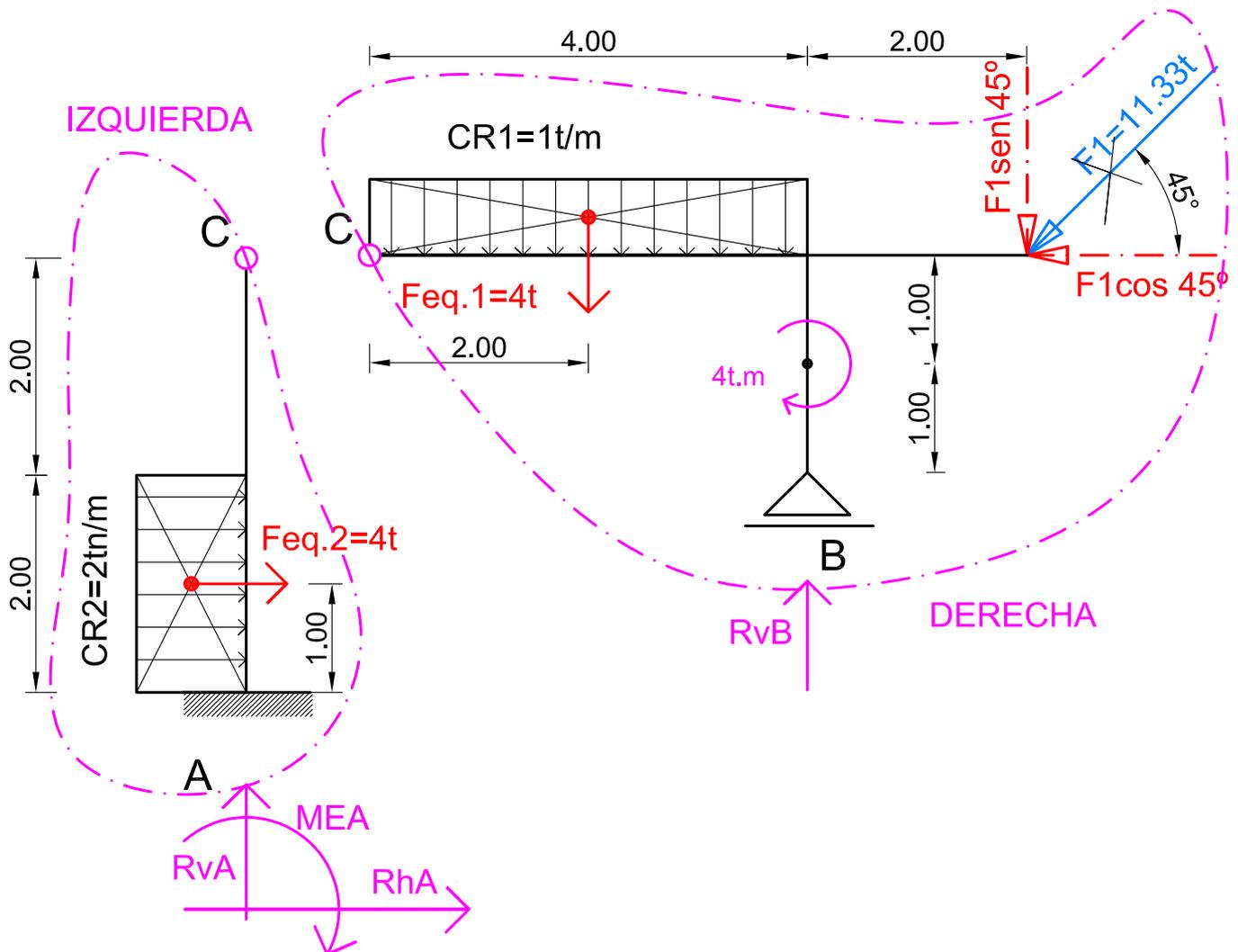
$$\boxed{+R_{VA} = -3t} \downarrow \text{DA (-) SENTIDO SUPUESTO EQUIVOCADO, ESTO IMPLICA QUE VA EN SENTIDO CONTRARIO y COINCIDE CON LA DIRECCION NEGATIVA DE LA CONVENCION DE SIGNOS.}$$



ASEGURA QUE NO HAY DESPLAZAMIENTOS VERTICALES.

SUMATORIA DE MOMENTO TOTAL

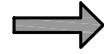
$$\textcircled{C} \sum M_A = 0 = +M_{EA} + 2t/m \cdot 2m \cdot 1m + 1t/m \cdot 4m \cdot 2m + 8t \cdot 6m - 8t \cdot 4m + 4tm - R_{VB} \cdot 4m = 0$$



SUMATORIA DE MOMENTO RELATIVO EN LA ARTICULACION

(D)  $\sum MC(izq).=0= -RHA*4tm - 2t/m*2m*3m + MEA = 0 \Rightarrow MEA = RHA*4m + 12tm$

$+MEA = 4t*4m + 12tm = 28tm$



ASEGURA QUE LA ESTRUCTURA NO GIRA EN EL PLANO.

REEMPLAZO EN C)

$+RvB = \frac{28 + 4 + 8 + 48 - 32 + 4}{4} = 15t$

VEMOS QUE TOMANDO MOMENTO RELATIVO POR IZQUIERDA O DERECHA SE OBTIENEN LOS MISMOS RESULTADOS

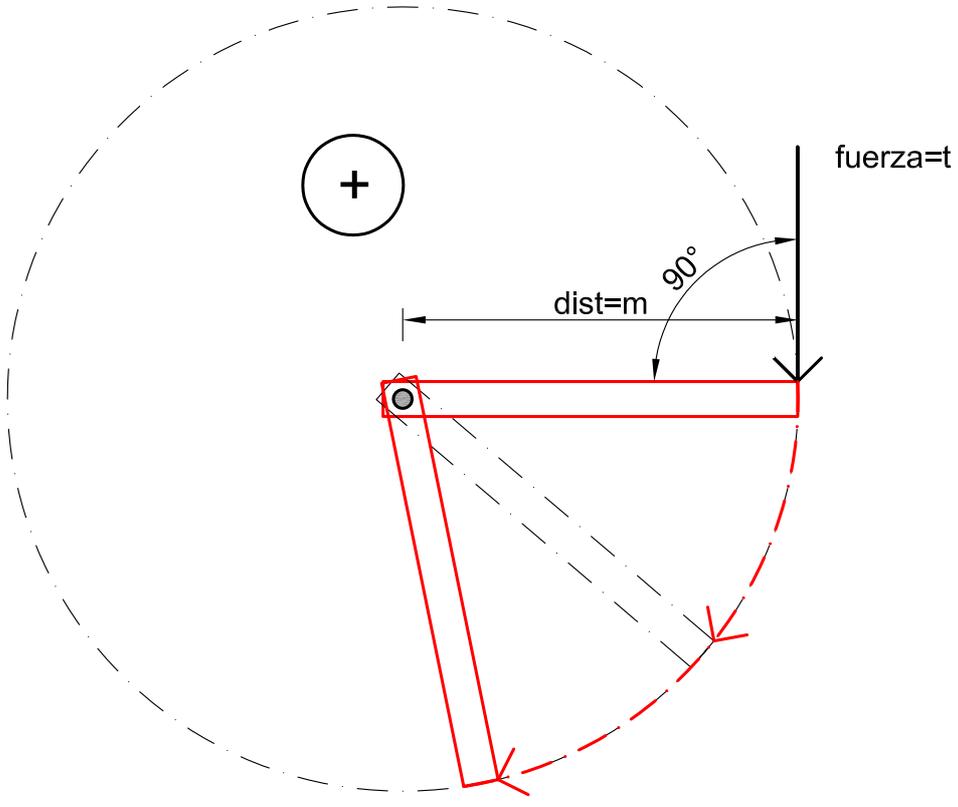
(E)  $\sum MC(der) = 0$   
 $\sum MA = 0 = 1*4*2 + 8*6 + 4 - RvB*4 = 0$   
 $RvB*4 = 8 + 48 + 4$   
 $RvB = 60/4$



ASEGURA QUE NO EXISTE GIRO RELATIVO DE LA CHAPA I, RESPECTO DE CHAPA II.

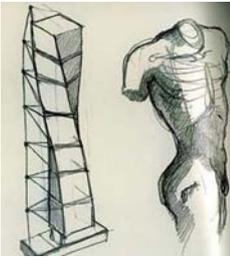
$RvB = +15t$

MOMENTO = FUERZA \* DISTANCIA = m \* t



## TALLER DNC - TABLA PARA CALCULOS DE SOLICITACIONES EN VIGAS

ESQUEMA DE CARGA	DIAGRAMA DE MOMENTO	REACCIONES		MOMENTO EN EL TRAMO		MOMENTOS EN APOYO		FLECHA	
		RA	RB	M max.	XMmax.	MA	MB	F	XF
		-----	$q \cdot L$	----	----	----	$\frac{q \cdot L^2}{2}$	$\frac{q \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot J}$	0
		-----	P	----	----	----	P.b	$\frac{P \cdot b^2 \cdot (2L+a)}{6 \cdot E \cdot J}$	0
		$\frac{q \cdot L}{2}$	$\frac{q \cdot L}{2}$	$\frac{q \cdot L^2}{8}$	L/2	----	----	$\frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{E \cdot J}$	L/2
		$\frac{P \cdot b}{L}$	$\frac{P \cdot a}{L}$	$\frac{P \cdot a \cdot b}{L}$	a	----	----	$\frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot J \cdot L}$	a
		$\frac{q \cdot L}{2}$	$\frac{q \cdot L}{2}$	$\frac{q \cdot L^2}{24}$	L/2	$\frac{q \cdot L^2}{12}$	$\frac{q \cdot L^2}{12}$	$\frac{q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot J}$	L/2
		$\frac{P \cdot a^2 \cdot (L+2a)}{L^3}$	$\frac{P \cdot a^2 \cdot (L+2b)}{L^3}$	$\frac{2P \cdot a^2 \cdot b^2}{L^3}$	a	$\frac{P \cdot a \cdot b^2}{L^2}$	$\frac{P \cdot a^2 \cdot b}{L^2}$	$\frac{P \cdot a^3 \cdot b^3}{3 \cdot E \cdot J \cdot L^3}$	a
		$3/8 \cdot q \cdot L$	$5/8 \cdot q \cdot L$	$\frac{q \cdot L^2}{14 \cdot 22}$	$\frac{3L}{8}$	----	$\frac{q \cdot L^2}{8}$	$\frac{q \cdot L^4}{192 \cdot E \cdot J}$	L/2
		$\frac{P \cdot \sqrt{2-3a+(a)^3}}{2L}$	$\frac{P \cdot \sqrt{3a-(a)^3}}{2L}$	RA * a	a	----	Ra.L-P.b	$\frac{P \cdot L^3}{110 \cdot E \cdot J}$	a
		$+\frac{M}{L}$	$-\frac{M}{L}$	----	----	M	----	$\frac{-M \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot J}$	L/2
		$+\frac{3M}{2L}$	$-\frac{3M}{2L}$	----	----	M	M/2	$\frac{-M \cdot L^2}{32 \cdot E \cdot J}$	L/2



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC A-TP4	Cátedra: <b>ESTRUCTURAS – NIVEL 1</b>		
	Taller: VERTICAL I – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	<b>Anexo Trabajo Práctico N°4: Cálculo de Reacciones</b>		
Curso 2011	Elaboró: Ing. Analía Pinasco	Revisión: 0	Fecha: Abril 2011

**Objetivo**

Desarrollo y ejemplo en el cálculo de reacciones en estructuras isostáticas.

**Ejercicio resuelto N°1**

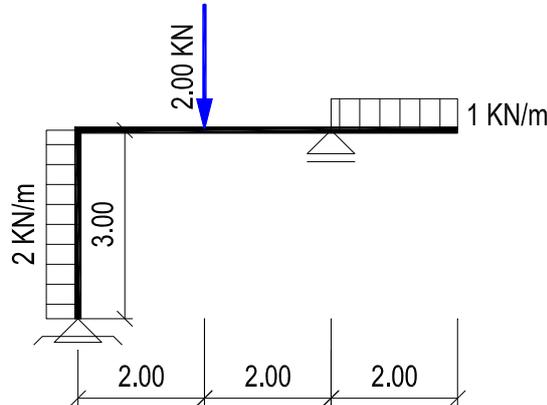


Figura N°1

Antes de plantear las ecuaciones tenemos que dibujar las Reacciones en A y B, suponiéndoles un sentido.

Sabemos que el vínculo A va a generar dos reacciones, una vertical y otra horizontal, pero no sabemos qué sentido van a tener.

Por eso antes de plantear las ecuaciones tendremos que suponer un sentido para cada una de ellas; la resolución de las ecuaciones nos dirá si el sentido supuesto es el correcto o no.

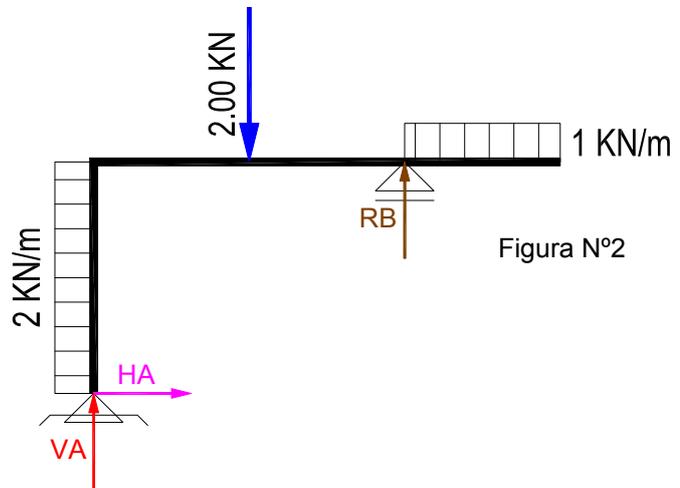


Figura N°2

$$\sum F_x = 0 = H_A + 2 \frac{KN}{m} \times 3m$$

$$H_A = -6 KN$$

**El signo negativo del resultado** nos indica que el sentido supuesto para HA no es el correcto por lo tanto tendrá el sentido inverso.

$$\sum F_y = 0 = V_A - 2 KN - 1 \frac{KN}{m} \times 2m + R_B$$

$$\sum M_A = 0 = 2 \frac{KN}{m} \times 3m \times 1.5m + 2 KN \times 2m - R_B \times 4m + 1 \frac{KN}{m} \times 2m \times 5m$$

$$R_B \times 4m = 9 KN.m + 4 KN.m + 10 KN.m$$

$$R_B = \frac{23 KN.m}{4m} = 5.75 KN$$

El signo positivo de RB indica que el sentido supuesto era correcto.

Conocido el valor de  $R_B$  lo reemplazamos en  $\sum F_Y = 0$  y obtenemos el valor de  $V_A$ .

$$\sum F_Y = 0 = V_A - 2 \text{ KN} - 2 \text{ KN} + 5.75 \text{ KN}$$

$$V_A = 4 \text{ KN} - 5.75 \text{ KN}$$

$$V_A = -1.75 \text{ KN}$$

Una vez mas el signo negativo indica que el verdadero sentido de  $V_A$  es  $\downarrow$ , contrario al supuesto  $\uparrow$ .

Dibujamos nuevamente la estructura pero ahora con los verdaderos sentidos de las reacciones.

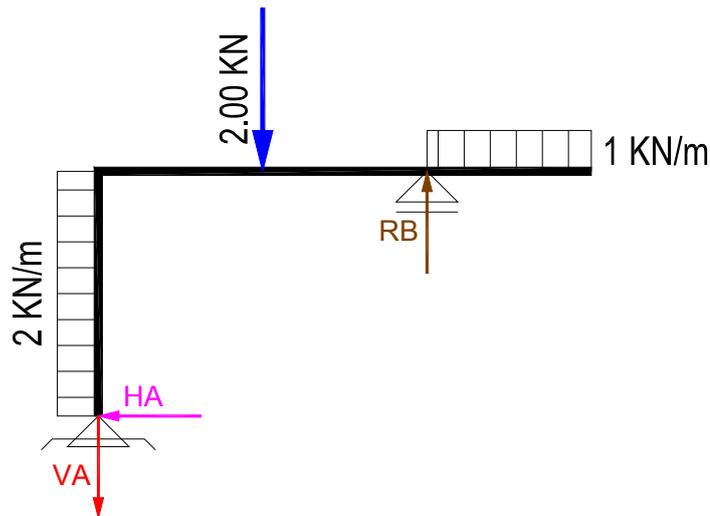


Figura N°3

### Ejercicio resuelto N°2

El vínculo en A es de tercer orden, por lo tanto genera 3 reacciones H, V y M  
Como lo hemos hecho en los ejercicios anteriores suponemos un sentido para cada una de ellas.

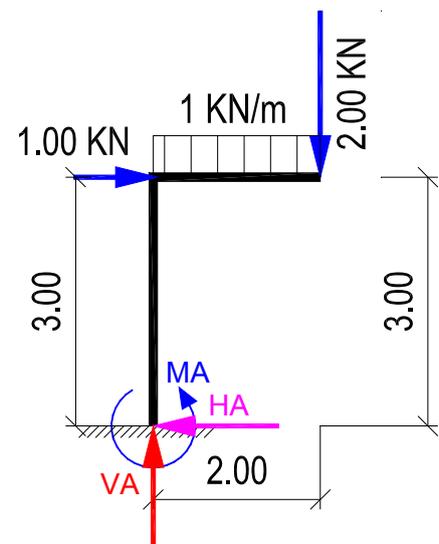


Figura N°4

$$\sum F_X = 0 = 1 \text{ KN} - H_A \Rightarrow H_A = 1 \text{ KN}$$

$$\sum F_Y = 0 = V_A - 1 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \times 2 \text{ m} - 2 \text{ KN} \Rightarrow V_A = 4 \text{ KN}$$

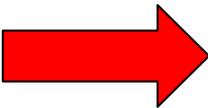
$$\sum M_A = 0 = -M_A + 1 \text{ KN} \times 3 \text{ m} + 1 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \times 2 \text{ m} \times 1 \text{ m} + 2 \text{ KN} \times 2 \text{ m}$$

$$M_A = 9 \text{ KN.m}$$

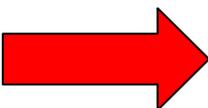
Como las tres incógnitas despejadas nos dan positivas, los sentidos supuestos eran correctos.

**REACCIONES EN ESTRUCTURAS DE 2 CHAPAS.**

Para calcular las reacciones en una estructura TRIARTICULADA tendremos que plantear:

$$\sum F_x = 0$$


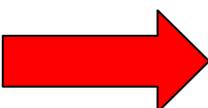
Asegura que no hay desplazamientos horizontales.

$$\sum F_y = 0$$


Asegura que no hay desplazamientos verticales.

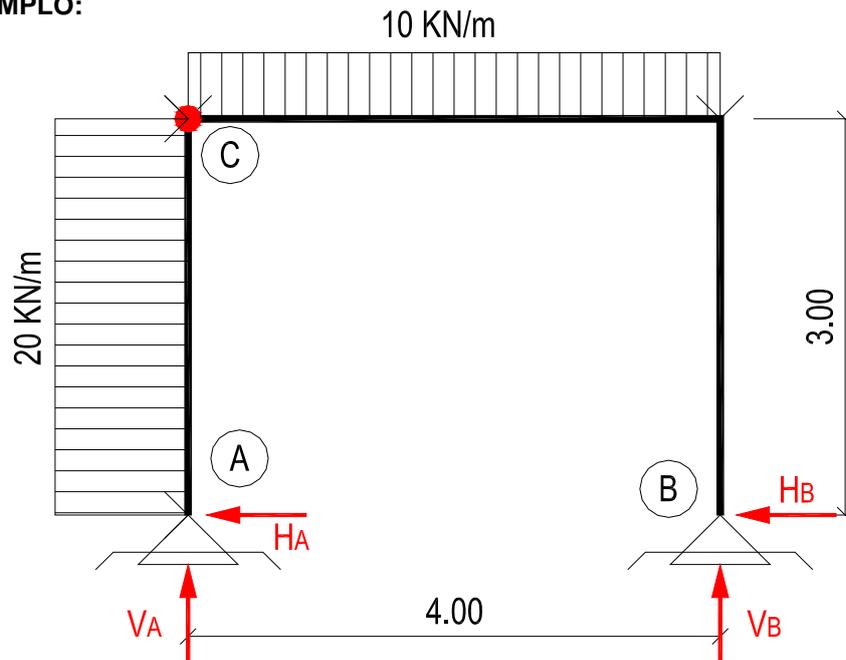
$$\sum M_A = 0$$


Asegura que la estructura no gira en el plano.

$$\sum M_C^{izq. \acute{o} der.} = 0$$


Asegura que una chapa no gira respecto de la otra ya que la articulación es incapaz de impedir giros relativos.

**EJEMPLO:**



Una vez supuestos los sentidos a la reacciones planteemos las ecuaciones

- 1)  $\sum F_x = 0 = 20 \text{ kN/m} \cdot 3 \text{ m} - H_A - H_B$
- 2)  $\sum F_y = 0 = -10 \text{ kN/m} \cdot 4 \text{ m} + V_A + V_B$
- 3)  $\sum M_A = 0 = 20 \text{ kN/m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} + 10 \text{ kN/m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} - V_B \cdot 4 \text{ m}$
- 4)  $\sum M_C^{izq} = -20 \text{ kN/m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} + H_A \cdot 3 \text{ m}$

$$\text{De 3) } V_B = 42,5 \text{ KN}$$

$$\begin{aligned} \text{De 2) } V_A &= 40 \text{ KN} - 42,5 \text{ kn} \\ V_A &= -2,5 \text{ KN} \quad \text{El signo negativo indica que supusimos mal el sentido} \end{aligned}$$

$$\text{De 4) } H_A = 30 \text{ KN}$$

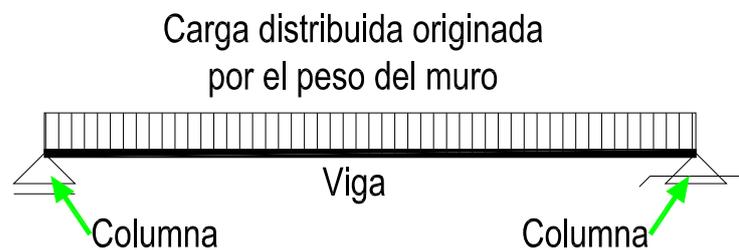
$$\begin{aligned} \text{De 1) } H_B &= 60 \text{ KN} - 30 \text{ KN} \\ H_B &= 30 \text{ KN} \end{aligned}$$

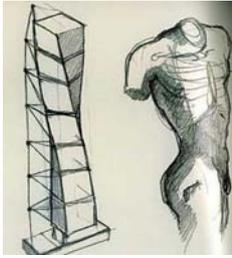
### EJEMPLO DE CARGA DISTRIBUIDA UNIFORME

El siguiente puede ser tomado como un ejemplo de carga repartida sobre una viga simplemente apoyada.



Como pueden apreciar, el muro apoya en la viga y ésta, a su vez, en ambas columnas. El esquema de cálculo para analizar esta estructura sería:





UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
<b>DNC</b> <b>GE1</b>	Cátedra: <b>ESTRUCTURAS – NIVEL 1</b>		
	Taller: VERTICAL I – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	<b>Guía de Estudio 1: Tipos Estructurales y Apoyos</b>		
Curso 201Ī	Elaboró: Ing. Walter Morales	Revisión: 1	Fecha: Abril 201Ī

**Introducción**

Dentro de las estructuras reales, el proyectista hace uso de una simplificación para su estudio. Tal modelo es lo que se conoce como esquema estático de una estructura. En él encontramos las dimensiones de la estructura, su forma, sus apoyos, las cargas actuantes y las secciones y materiales involucrados.

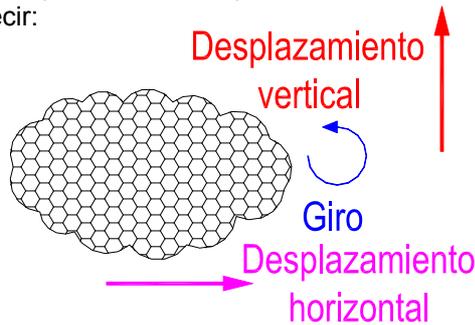
La presente guía pretende brindar una introducción a las diferentes tipologías estructurales y su representación para su posterior estudio.

Se presentarán casos reales de vinculación de estructuras (apoyos), para que el alumno pueda identificar en estructuras cotidianas los distintos vínculos.

**Apoyos**

**Apoyos en el plano.**

En el plano, dónde la posibilidad de movimiento se reduce a 2 (dos) desplazamientos y 1 (un) giro, es decir:

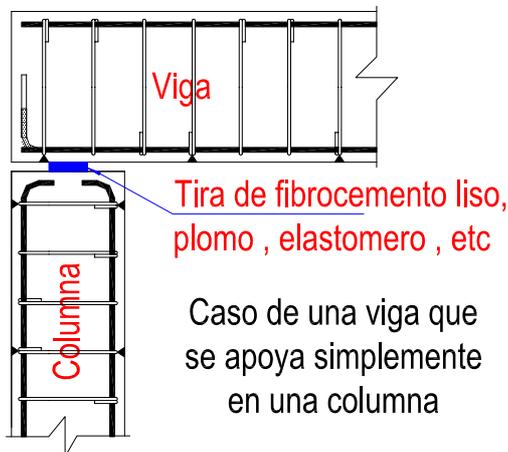


Este cuerpo puede desplazarse verticalmente y horizontalmente, y además puede girar.

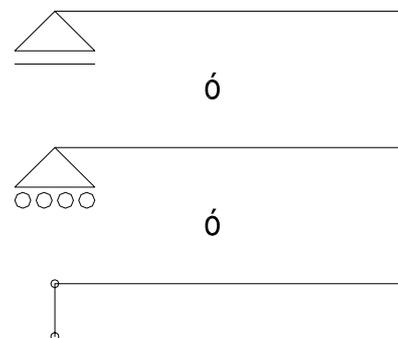
Se tienen así los apoyos que restringen tales movimientos, y dentro de las variantes en cuanto a la forma de dibujarlos, tenemos:

Apoyos simples

Este apoyo restringe un sólo desplazamiento. Utilizados generalmente en puentes, donde es necesario este tipo de vinculación para lograr una estructura isostática. Pero esta idealización es factible en cualquier estructura, como se detalla a continuación:

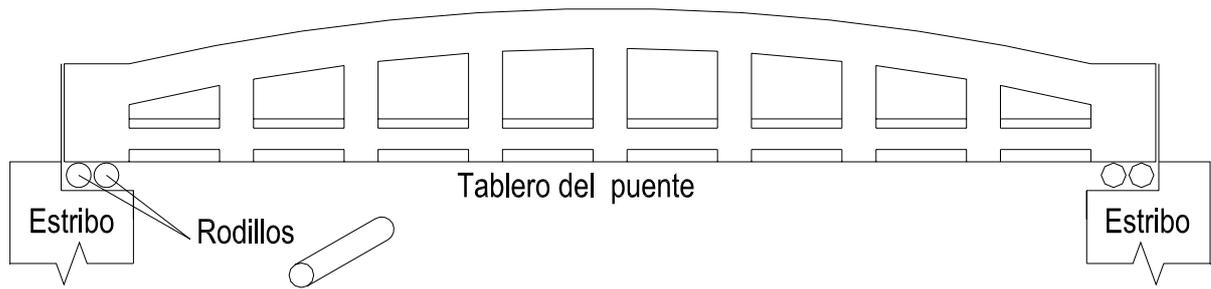


Forma de representar el apoyo simple



Nota: - dependiendo de la bibliografía puede haber otras posibilidades de representación.

Otra posibilidad de materialización de un apoyo simple puede observarse en esta figura.



Estos rodillos permiten que el tablero del puente pueda desplazarse en forma libre en el sentido horizontal, debido a una posible dilatación por temperatura.

Los apoyos simples son difíciles de materializar, no obstante, existen otras variantes, como por ejemplo calotas esféricas para apoyar vigas en los puentes.

Apoyos dobles

Los hay de diferentes formas y materiales, pero como su nombre lo indica, ahora este tipo de apoyo puede restringir dos desplazamientos, el horizontal y el vertical, pero puede permitir el giro.



Puente metálico en la Ruta Provincial N°11 de la Ciudad Entrerriana de Victoria

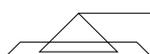
El apoyo del puente es



Forma de representar el apoyo doble

ó

ó



El siguiente apoyo doble lo podemos visualizar en la estación del ferrocarril de la Ciudad de La Plata.



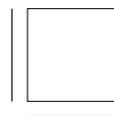
Esta imagen corresponde a un apoyo articulado metálico



Apoyos triples o empotramientos

Con este tipo de apoyo restringimos los tres desplazamientos posibles en el plano.

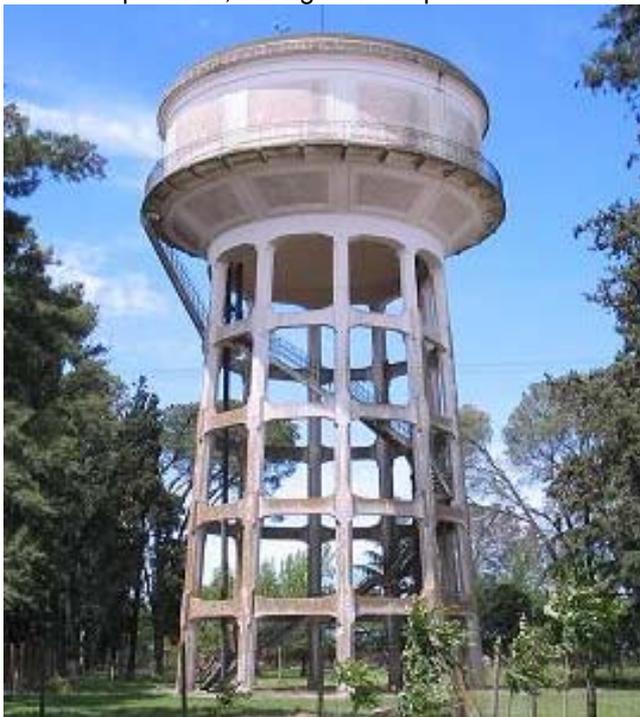
Forma de representar el empotramiento



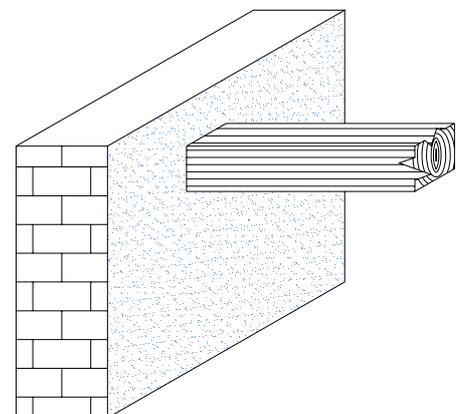
ó

Ejemplos gráficos

Tanque Intze, las vigas se empotran en las columnas



Viga de madera empotrada en el muro de mampostería



### **Apoyos en el espacio.**

En el espacio tendremos los 3 (tres) desplazamientos y los 3 (tres) giros. Se tienen así apoyos con similares características a los ya mencionados en el plano, donde la complejidad surge en la combinación que podemos hacer de acuerdo a las restricciones de movimientos requeridas.

La representación es similar a las graficadas en el plano.

Los apoyos relacionados con tales desplazamientos, entre otros, son:

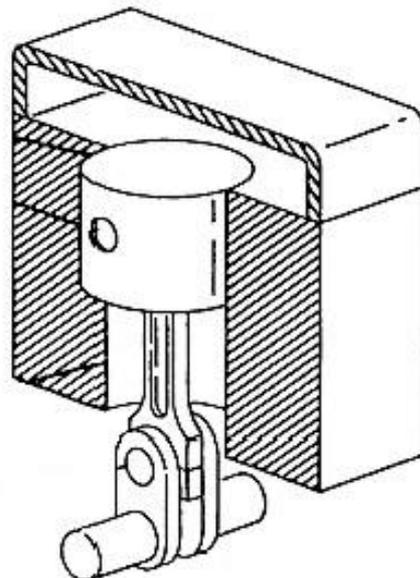
Bisagra: apoyo de 5ta especie  
permite un sólo giro y  
restringe los demás desplazamientos.



Un perfil metálico fijado con bulones  
en un tabique de hormigón.

Podemos considerar a este apoyo como de 3ra especie  
donde se restringen los desplazamientos  
y se “permiten los giros”

La camisa del motor le hace  
de apoyo de 5ta especie al pistón  
el cual sólo puede desplazarse verticalmente



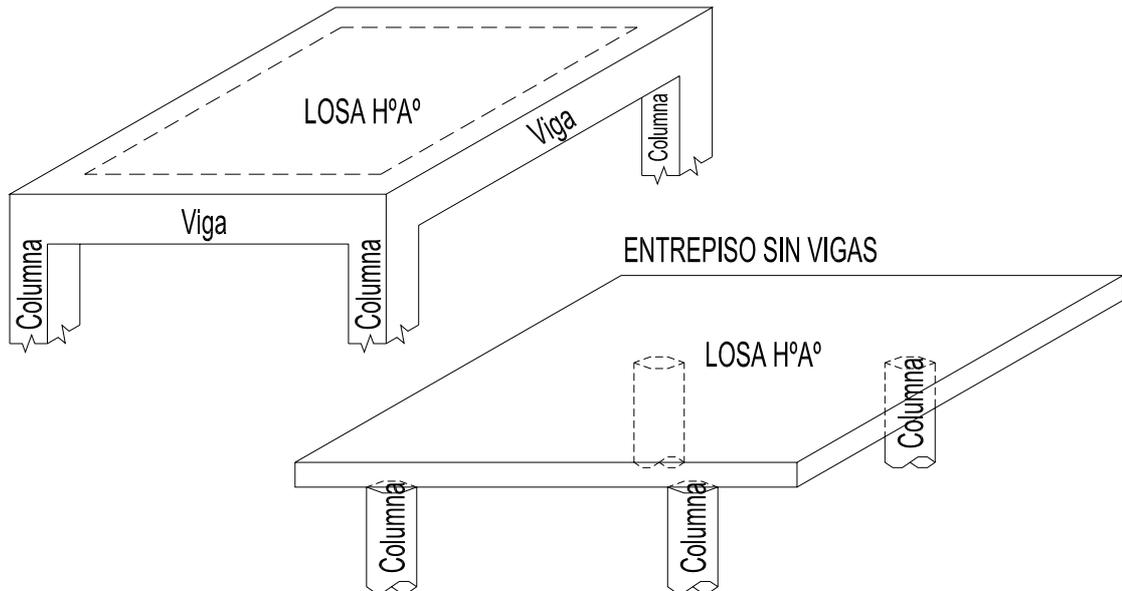
## Tipologías estructurales

### Losas.

Las placas o losas son elementos estructurales planos, de pequeño espesor respecto a sus otras dos dimensiones que, formando parte de los entrepisos, tiene por misión recibir directamente las cargas que actúan sobre los mismos para transferirlas a las vigas. 1.

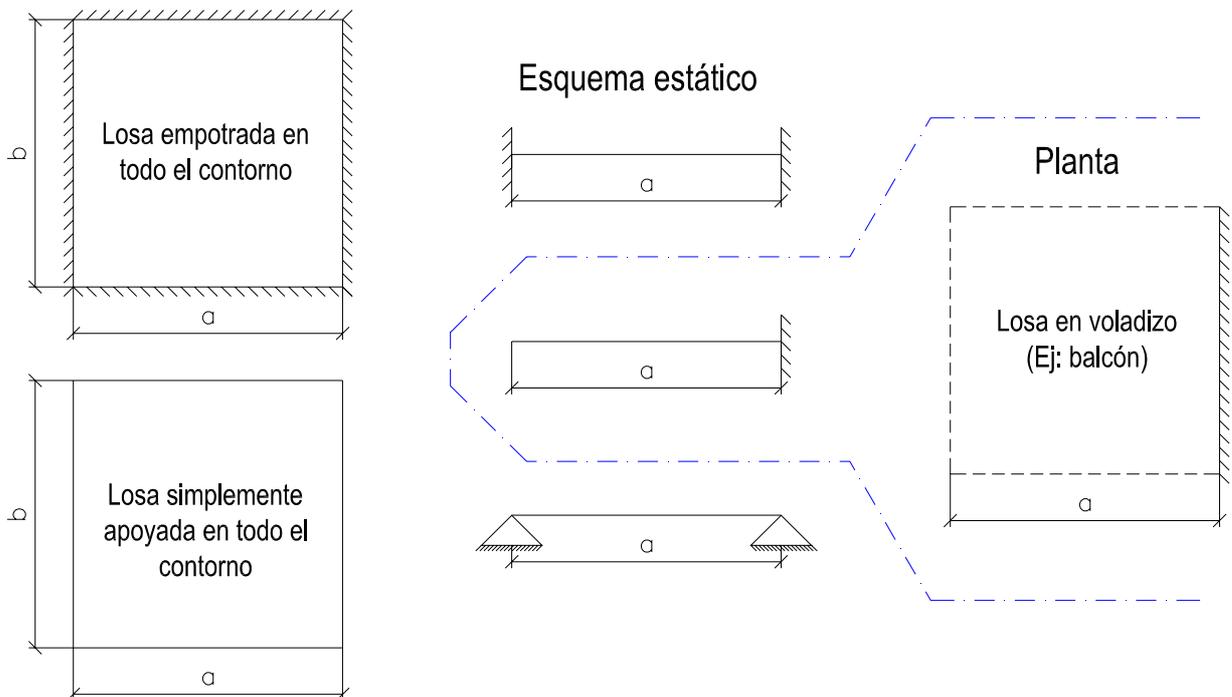
Esta definición debería extenderse a los ya conocidos entrepisos sin vigas, donde las losas prescindan de las vigas para llevar sus cargas directamente a las columnas.

### SISTEMA LOSA-VIGA-COLUMNA



Dentro de las formas que podemos representarlas para su estudio se tiene:

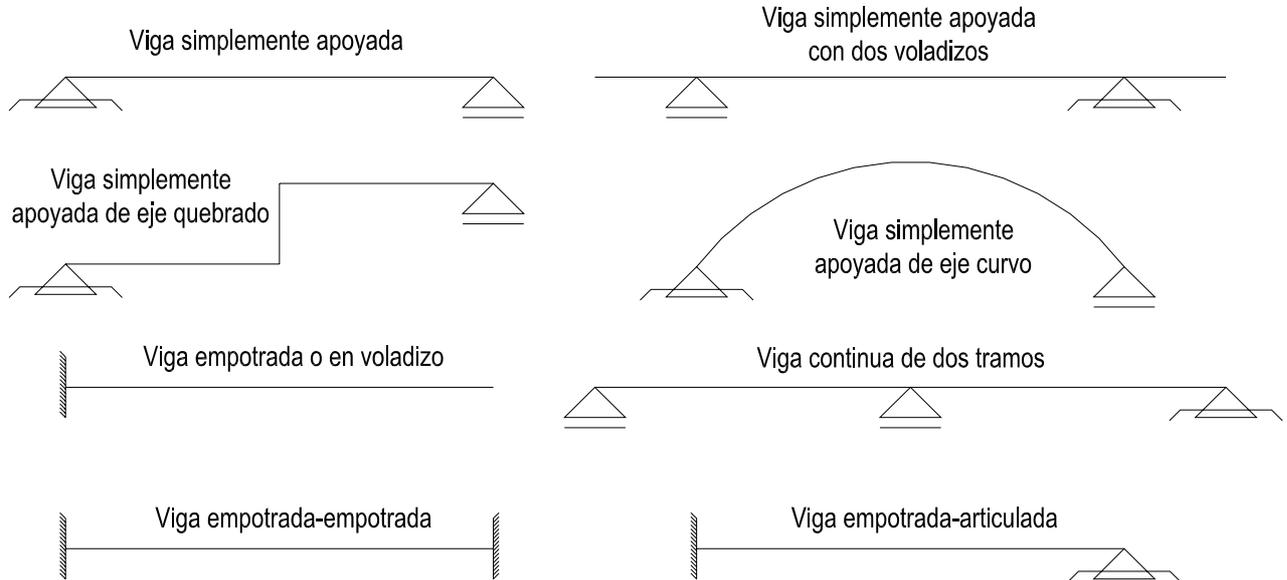
### Plantas



**Vigas.**

Son elementos lineales, es decir, predomina la longitud por sobre sus otras dos dimensiones, el ancho y el alto; con lo cual su representación es por medio de una línea.

Las podemos visualizar de eje recto, quebrado o curvo (o combinación de éstos), y dentro de la gran variedad que podemos encontrar graficaremos:

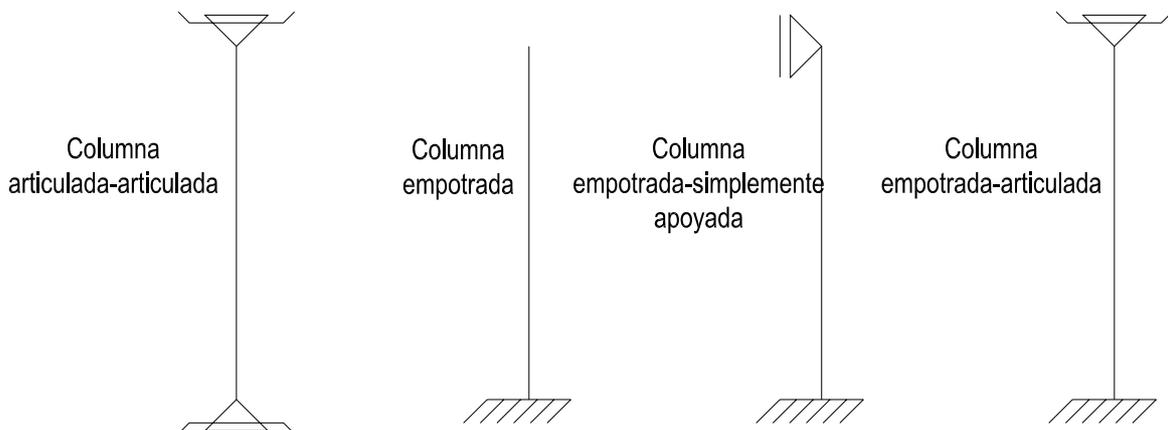


Ejemplo de viga reticulada en voladizo en una estación de trenes



**Columnas.**

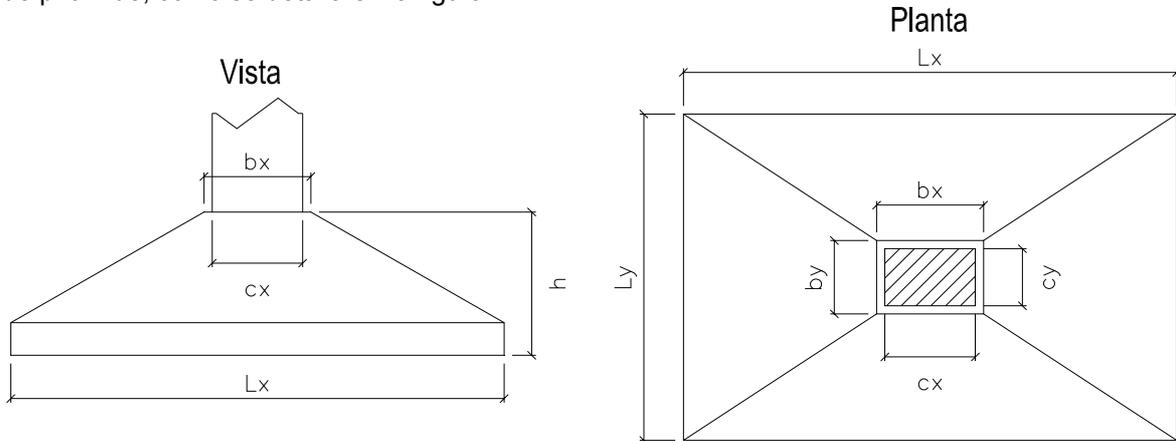
También estos elementos son lineales, pero se diferencian de las vigas porque su carga se da principalmente en su eje.



### Bases.

Son las estructuras que vinculan a los demás elementos estructurales con el suelo. Sirven de transmisión de las cargas hacia la tierra.

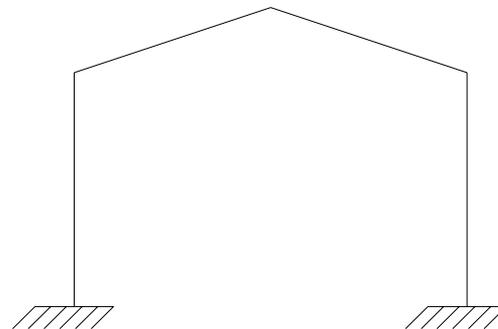
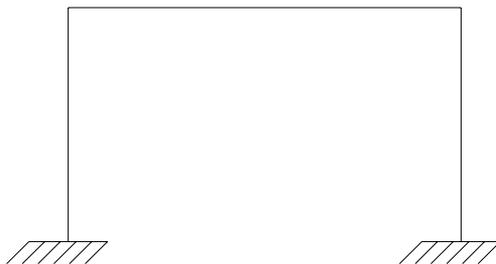
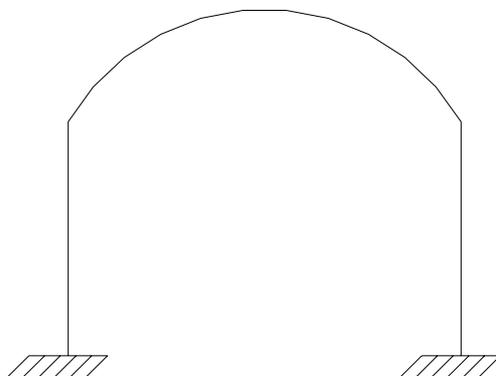
Las hay de diferentes formas, y dentro de las más usuales tenemos a las de forma de tronco de pirámide, como se detalla en la figura:



### Pórticos.

Si bien los pórticos están compuestos por vigas y columnas, es dable aclarar la forma de esta tipología estructural que lleva su nombre propio, ya que es una de las estructuras básicas para salvar una luz y generar un espacio interior sin columnas.

Pórtico o puente grúa móvil  
para desplazar cargas  
medianamente elevadas



### Bibliografía:

1. "Curso de Hormigón Armado" Oreste Moretto. 2da Edición. Editorial "El Ateneo". Cap. 7.1.a.
2. <http://mipagina.cantv.net/constjomaga/PUENTES/PUENTES.HTM>
3. Razón y ser de los tipos estructurales. Eduardo Torroja Miret.