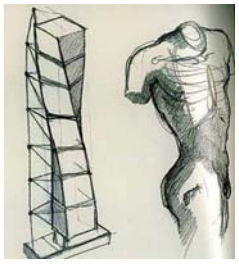


UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC **TP8**	Cátedra: **ESTRUCTURAS – NIVEL 1**		
	Taller: VERTICAL III – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	Trabajo Práctico Nº8: RESISTENCIA DE MATERIALES		
Curso 2014	Elaboró: Ing. W Morales /R.Giannasi/A.Nico Revisión: 1		Fecha: 01/09/ 2014

Objetivo

Introducción en los conceptos basicos de Resistencia de Materiales.

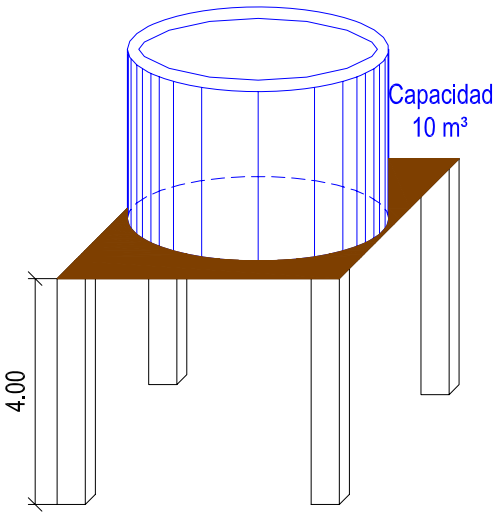
Identificación del fenómeno de pandeo como un problema de estabilidad del equilibrio.

Introducción al dimensionado de piezas sometidas a esfuerzos simples.

Conocimiento de las reglas básicas del dimensionado de elementos de madera y metálicos.

Ejercicio Nº1:

Se ha construido una reserva provisoria de agua en una obra en construcción. La capacidad del tanque a colocar en forma elevada es de 10000 Litros. Se gún se esquematiza a continuación, dimensionar una de las piezas sometida a compresión (columna). La misma tiene una longitud de 4 m y está articulada en ambos bordes. Se construirá en madera de lenga.

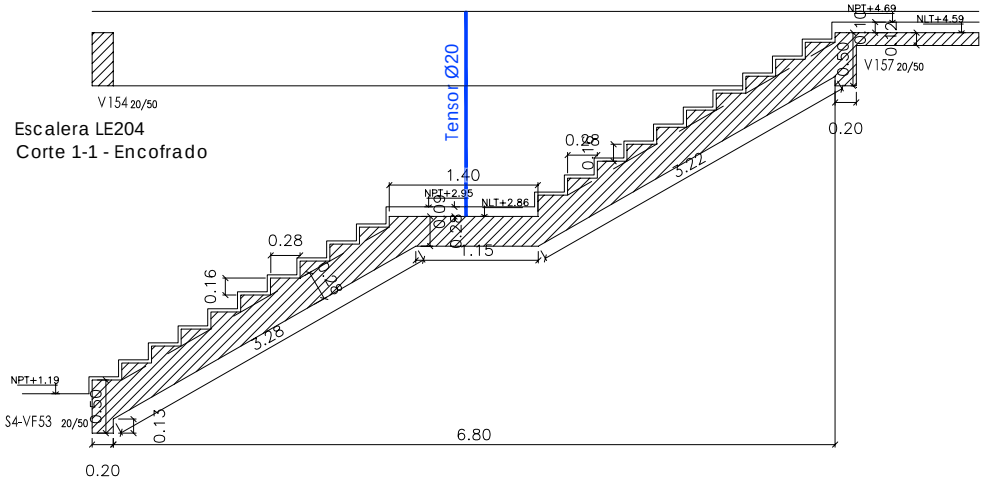


Datos: La tensión admisible de la lenga es de 70 $\frac{Kg}{cm^2} = \sigma_{DIIadm}$

Ejercicio Nº2:

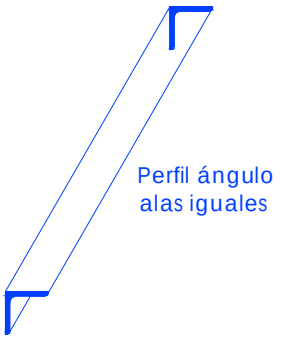
Se ha optado por materializar el apoyo del descanso de una escalera en una escuela pública, por medio de 2 tensores. Tenemos a disposición barras de acero de Ø20 mm. ($\sigma adm = 1400 \frac{Kg}{cm^2}$).

Se de sea calcular la carga máxima q ue pue de soportar a tra cción cada te nsor y la defo rmación experimentada para una longitud de 2 m.



Ejercicio Nº3:

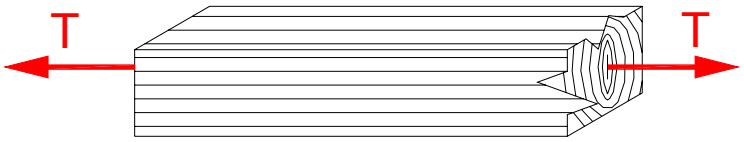
Tomando la carga de compresión y de tracción de las diagonales y montantes más solicitados del ejercicio Nº1 del TP6, dimensionar las barras.



Datos: Perfil metálico normal ángulo de alas iguales (PNL);
Condiciones de apoyo: artic-artic.

Ejercicio Nº4:

¿Cuál será la máxima carga de tracción que puede soportar un tirante de 3"x4" de madera de ciprés?



Datos: $\sigma_{ZIIadm} = 35 \frac{Kg}{cm^2}$

Ejercicio Nº5:

Dimensionar una columna que debe tomar una carga de compresión:
P = 75 toneladas.
Con las siguientes características:

- Se utilizará un perfil metálico normal tipo Doble " T ". (IPN).
- Acero St37.
- Barra empotrada-libre.(β=2,0).
- La longitud de la columna es de 3 m.

Ejercicio Nº6:

Supongase una viga de madera (E = 100.000) de 3 mts de largo y 10 cm x 20cm de seccion sometida a una carga distribuida de 300 kg/m. Se desea saber:

a).Cual es el modulo Resistente y momento de inercia de la sección?

b).Cual es el máximo momento Flector que soporta la viga. A que parte de la viga corresponde?

c).Cual es la tensión de tracción (para la sección que soporta el momento calculado en b) de una fibra **ubicada a 5 cm por encima del eje neutro)**

d).Y Cual seria la tensión de la fibra mas alejada???

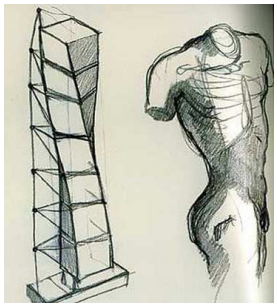
e).Si la tensión admisible de esta madera fuese 80 kg/cm2, la viga se rompería?? Porque??

f).Cual hubiese sido la tensión máxima si la viga hubiese sido de 5 cm x 40 cm (igual area que 10 x 20).

Comparar y comentar los resultados obtenidos en d) y f)

CUESTIONARIO :

1. .-Describa con una comparación de tensiones, cual es el mecanismo conceptual del dimensionamiento de un elemento estructural
2. .- Describa que es y como se obtiene el “diagrama tensiones/deformaciones” de un material.
3. .- Un material con mayor E(modulo de Elasticidad) es mas o menos ELASTICO –Explicar.
4. .- Cuando se dice que un material cumple con la ley de Hooke??
5. .- A que se llama deformación elasto-plastica
6. .- Porque, si la tracción y compresión son esfuerzos axiles, el mecanismo de dimensionado de secciones sometidas a esos esfuerzos es totalmente diferente?
7. .-Grafique el diagrama de tensiones de una sección sometida a Compresión Pura y otra con efecto de Pandeo.
8. .-De que factores depende pandeo de una columna sometida a compresión?
9. .-Cual es el máximo valor de la Esbeltez para una barra principal?
10. .-Que radio de giro se utiliza para el calculo de la Esbeltez?. Porque?
11. .-En que consiste el método de dimensionado W?
12. .-Dibuje el diagrama de tensiones de Flexión en la sección de una viga para un material homogéneo, indicando el valor genérico de la tensión a una distancia “y” del eje neutro. Donde esta la tensión máxima y como se la calcula?.
13. .-Cuando se utiliza la formula del Espejo $\sigma = M/W$



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC GE8	**ESTRUCTURAS – NIVEL 1 - PLAN 6**		
	Taller: VERTICAL III – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	Guía de estudio nro. 8: CONCEPTOS BASICOS DE RESISTENCIA DE MATERIALES		
Curso 2014	**Elaboró: Ing. Alejandro Nico.**	**Revisión: 0**	**Fecha: MARZO 2014**

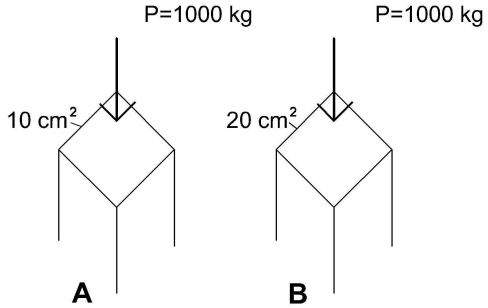
CONCEPTOS BASICOS DE RESISTENCIA DE MATERIALES

1.- INTRODUCCIÓN

Esta guía de estudio abordara los conceptos iniciales y básicos de la ***resistencia de los materiales***, es decir entender y comprender de que forma se comporta internamente una sección cualquiera de un elemento estructural frente a una solicitación externa (MNQ). Este conocimiento, permitirá, posteriormente, dimensionar el mencionado elemento, es decir darle la forma y el tamaño necesario para que sea capaz de soportar esas solicitaciones sin romperse ni deformarse mas allá de lo admisible.

2.- CONCEPTO DE TENSION

Supóngase dos columnas o "tirantes" de madera de sección igual a 10cm2 y 20 cm^2 respectivamente sometidas ambas, a una fuerza de ***compresión*** de 1000 Kg. Si bien ambas reciben la misma carga es evidente que la que tiene menor sección estará más cerca de la posibilidad de romperse. Se está en presencia de un estado de compresión pura.



COLUMNAS DE DISTINTA SECCION SOMETIDAS A LA MISMA CARGA PUNTUAL

Efectivamente, cada cm^2, de cada tirante estará sometido a "***fuerzas unitarias***" distintas y que serán iguales a:

$$\sigma = P/A$$

$$\sigma_A = 1000\ kg/10\ cm^2 = 100\ kg/cm^2$$

$$\sigma_B = 1000\ kg/20\ cm^2 = 50\ kg/cm^2$$

Las "***fuerzas unitarias***", en este caso de compresión simple (también lo serían en tracción simple) tendrán un valor uniforme e idéntico para cada cm2 de la sección y serán igual a la división de la carga total sobre el área que resiste. A estas fuerzas unitarias se las conoce como ***tensión***, y para este caso, como las "tensiones" son perpendiculares al área o sección en cuestión, se las llama ***tensión normal*** y se las anota con la letra griega ***σ, sigma***

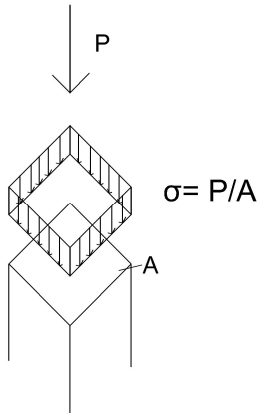


Diagrama de tensiones normales de una sección sometida a compresión pura

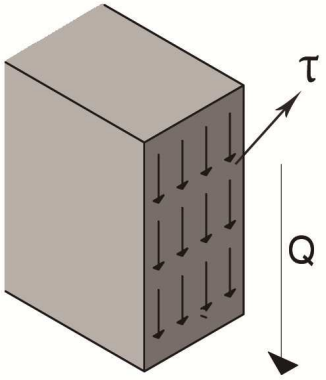


Diagrama de tensiones tangenciales de una sección sometida a corte pura Q

En cambio, si la fuerza, en lugar de ser normal o perpendicular a la sección, fuese ***"paralela"*** a la misma, provocada por un esfuerzo de cizallamiento ***o corte***, las tensiones resultantes serán también paralelas a la sección y se llaman ***tensiones tangenciales*** e identificadas con la letra griega ζ , tau

Resumiendo y de acuerdo a su forma de actuar se conocen a las tensiones como:

Tensiones	Nombre	Símbolo
Perpendiculares a la sección	***Normales***	***σ(sigma)***
Paralelas a la sección	***Tangenciales***	***ζ (tau)***

Los ejemplos mencionados anteriormente corresponden a los ***esfuerzos*** denominados ***"directos"*** es decir provocados por esfuerzos axiles N (de compresión o tracción) o de corte Q. Los ***momentos M***, ya sea de flexión o torsión también provocan en el elemento tensiones de compresión, tracción o corte, pero su entendimiento se vera en esta misma guía***… más adelante***

2.1.- UNIDADES

La unidad "natural" de una tensión es fuerza/área es decir

Kg/cm^2 o tn/cm^2 o tn/m^2,

o cualquier otra combinación que pudiera existir pero en la actualidad y de acuerdo al SIU (Sistema Internacional de Unidades) se está tendiendo al reemplazo por el ***Mpa (mega pascal)*** que tiene una equivalencia "aproximada" de

10 Kg/cm^2 **~** 1 Mpa

Es decir que, por ejemplo, una tensión de

5000 K/cm^2 equivale a 500 mpa

2.2.- TENSIONES DE TRABAJO, ROTURA, ADMISIBLES, CARACTERISTICAS.

La tensión, de la forma descripta en el punto anterior, es decir, la provocada por un determinado esfuerzo actuante sobre una sección es la que se conoce como tensión de trabajo, ya que es, la que esta "trabajando" por acción de la carga o esfuerzo (MNQ) y se la llamara:

σ_{TRAB}

Ahora bien, en contraposición con la tensión actuante o de trabajo, el ***material*** (madera, hierro, hormigón, aluminio, plástico, etc., etc.) reacciona "ofreciendo" en respuesta una ***tensión reactiva*** de igual magnitud que la primera. Si se aumenta la fuerza N, (manteniendo el área constante), la ***tensión de trabajo*** (o actuante) seguirá creciendo hasta que la tensión reactiva que ofrece el material supere la que este puede soportar de acuerdo a sus características (se intuye que, por ejemplo el acero resistirá mas que la madera)

Entonces, se dice, y de acuerdo al punto anterior, que una sección de un material rompe cuando la tensión de trabajo es mayor que la que soporta el material o tensión de rotura. σ_{ROT}

Esfuerzo ⇒ ***tensión (de trabajo)*** si es **>** ***tensión de rotura*** ⇒ ***rotura***

Supóngase, por ejemplo, que se quisiera ***romper una tiza***, para ello existen diferentes formas:

1.- "tratando de estirarla" es decir ***traccionandola***
2.- "tratando de acortarla" es decir ***comprimiéndola***
3.- "Haciéndole palanca" es decir ***flexionándola***
4.- "Tratando de cortarlas" es decir ***cizallándola***
5.- "Torciéndola" es decir ***torcionandola.***

Cualquiera de las formas anteriores conseguirá su objetivo de ***rotura*** cuando provoque sobre las secciones de la tiza ***tensiones*** normales y/o de corte ***mayores*** a las que el ***material*** es capaz de soportar.

Entonces, cuando se le dé ***"tamaño" o "forma"*** a un elemento estructural para que ***no se "rompa"*** lo que se busca es que aquellos sean tales que las ***tensiones de*** trabajo no superen las de ***roturas*** (o mejor dicho ***admisibles*** como se verá en el párrafo siguiente). A este procedimiento se lo conoce como ***DIMENSIONADO***, y es sobre lo que se trabajara en la siguiente parte de este curso para distintos materiales.

En el procedimiento de cálculo, y por cuestiones de seguridad evidentes (y para no "trabajar" al límite del material"), no se utilizan las tensiones de rotura sino que se busca que las tensiones de trabajo no superen a las llamadas ***tensiones admisibles*** σ_{ADM} que son iguales a la tensión de rotura afectada de un coeficiente de seguridad

$$\sigma_{adm} = \sigma_{ROT} / \gamma$$

Donde γ (gamma) (mayor a 1) es el ***coeficiente de seguridad*** que depende del cada material (no de su resistencia sino de la confiabilidad en la variabilidad de la misma)

También existe otra tensión posible, que es la llamada característica σ_k , utilizada en el dimensionado del hormigón armado, y que se define como "***dentro de un posible espectro de tensiones de rotura para un mismo material (por la variabilidad que provoca su heterogeneidad) se denomina tensión característica a aquella que puede ser superada por el 95% de los ensayos del material utilizado en determinada obra)…",*** .en otras palabras, y a los efectos prácticos de este nivel del curso puede suponerse como la tensión de rotura

Resumiendo, se definen 4 tipos de tensiones (normales o de trabajo)

σ_{TRAB} = La tensión que están provocando los esfuerzos externos sobre la sección

σ_{ROT} = La tensión propia del material que provoca su rotura

σ_{adm} = Una tensión de rotura "ficticia" del material (menor que la de rotura) con la cual se realizan los dimensionados.

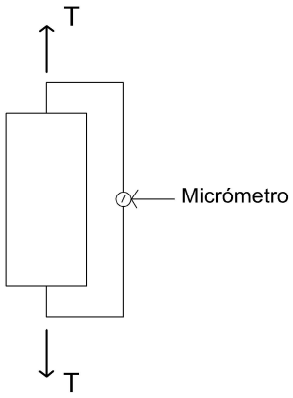
σ_k ="Tensión de rotura" pero con un alcance estadístico

3.- DIAGRAMAS TENSIONES-DEFORMACIONES

El conocimiento del valor de las tensiones que ocurren en una sección sometida a cualquier esfuerzo (M-N-Q) (de trabajo) es indispensable para poder compararlos con los correspondientes valores admisibles o de rotura y así poder dimensionar la pieza. Y para ello se va recorrer el camino de analizar primero las deformaciones (*visibles, tangibles y "entendibles"*) que suceden en la sección producto de esos esfuerzos, y luego deducir las tensiones correspondientes *(invisibles e intangibles*). Y el vínculo de unión entre ambas es el llamado ***diagrama tensiones deformaciones:***

El siguiente es un esquema del clásico ensayo a tracción de una barra de cualquier material y la

MEDICION DE DEFORMACIONES EN HORMIGON



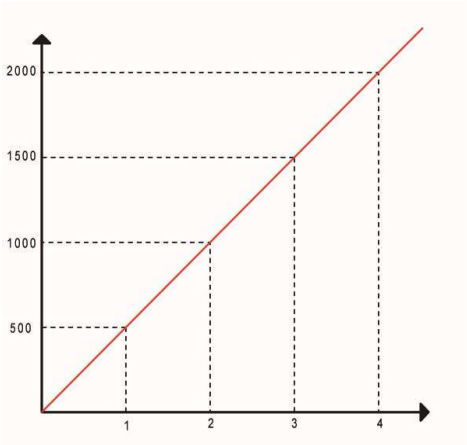
ENSAYO A TRACCION

El ensayo consiste en ir midiendo en un micrómetro las deformaciones (o mejor aun las deformaciones especificas o unitarias **ξ** (épsilon)) de acuerdo al crecimiento de las tensiones provocadas por la fuerza de tracción.

Supongamos que el área de la barra es de 2 cm^2 entonces para cada fuerza P se tendrá una tensión P/2 cm^2 y el correspondientes estiramiento o deformación **ξ.** Se tendría entonces, por ejemplo, la siguiente tabla:

Carga	Tensión σ	Deformación	Punto
1000	500	1	A
2000	1000	2	B
3000	1500	3	C
4000	2000	4	D

Graficando los valores anteriores se tienen:

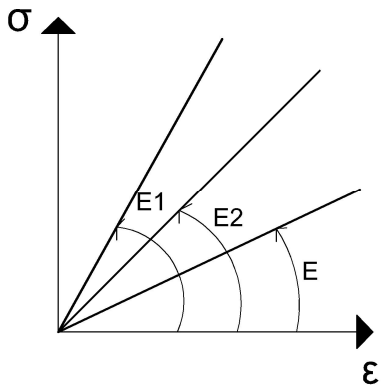


CURVA TENSIONES DEFORMACIONES

El diagrama anterior muestra que la relación entre las deformaciones específicas producidas por las tensiones actuantes tiene la forma de una recta pasando por el origen. Muchos (pero no todos) materiales se comportan de esta forma y a esto se lo llama ley de hooke, donde las tensiones son proporcionales a las deformaciones a través de una constante que, de acuerdo a la ecuación de una recta y = m x, representa la pendiente de la recta y que se denomina Modulo de Elasticidad

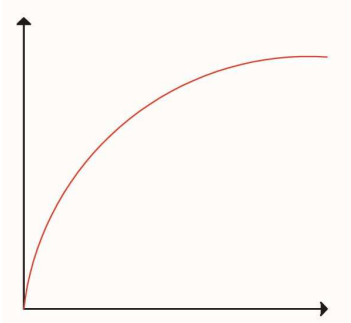
$$\sigma = E\,\xi \quad (****)$$

Si E es mayor (menos "elástico el material") la pendiente de la recta es mayor y para iguales tensiones se producen menos deformaciones.



MODULO DE ELASTICIDAD PARA DISTINTOS MATERIALES

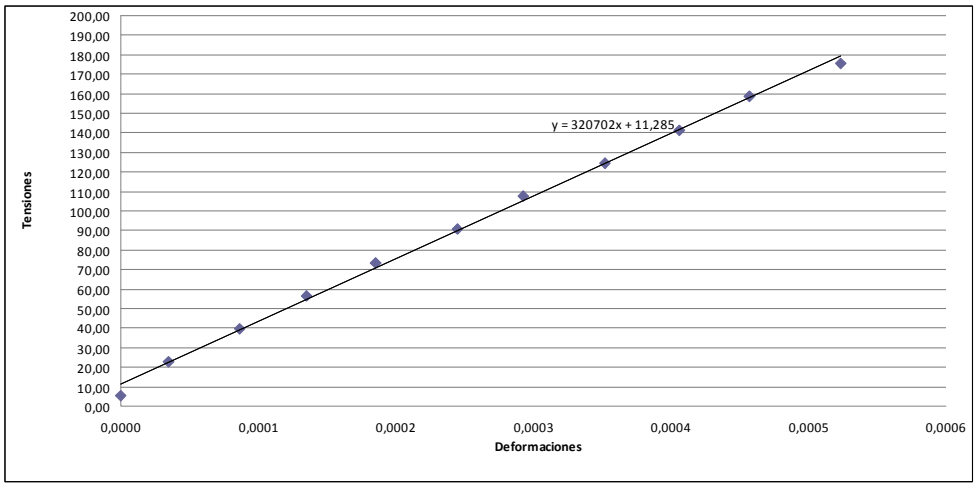
Pero, como ya se adelanto no todos los materiales son así (o por lo menos en todo su "recorrido") y generalmente presentan el siguiente comportamiento:



CURVA TENSIONES DEFORMACIONES PARA CUALQUIER MATERIAL

La curva anterior indica que, si bien a mayor tensión ocurren también mayores deformaciones, no existe una proporcionalidad permanente sino que a medida que la tensión crece más rápido crece la deformación.

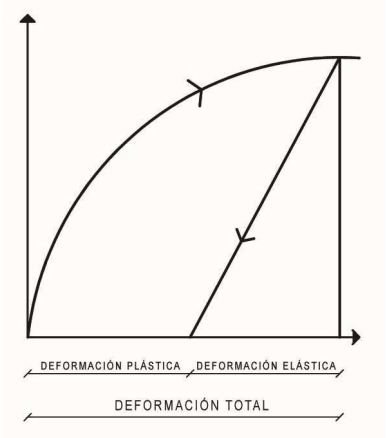
Este comportamiento, por ejemplo, es el que tiene el hormigón



CURVA TENSIONES DEFORMACIONES REAL (VER FOTO 1) PARA UN ENSAYO SOBRE UNA PROBETA DE HORMIGON (No se observa la curvatura ya que las cargas corresponden a los primeros periodos donde la curva "se mantiene" aproximadamente recta

3.1 TIPO DE DEFORMACION

La realización del ensayo tensiones deformaciones también pone al descubierto otro hecho interesante e importante: Si en algún momento del ensayo se descarga la pieza pueden ocurrir dos situaciones diferentes. 1) La pieza vuelve a su posición original o 2) queda una deformación remanente o no recuperable.



DEFORMACIONES PLASTICAS Y ELASTICAS

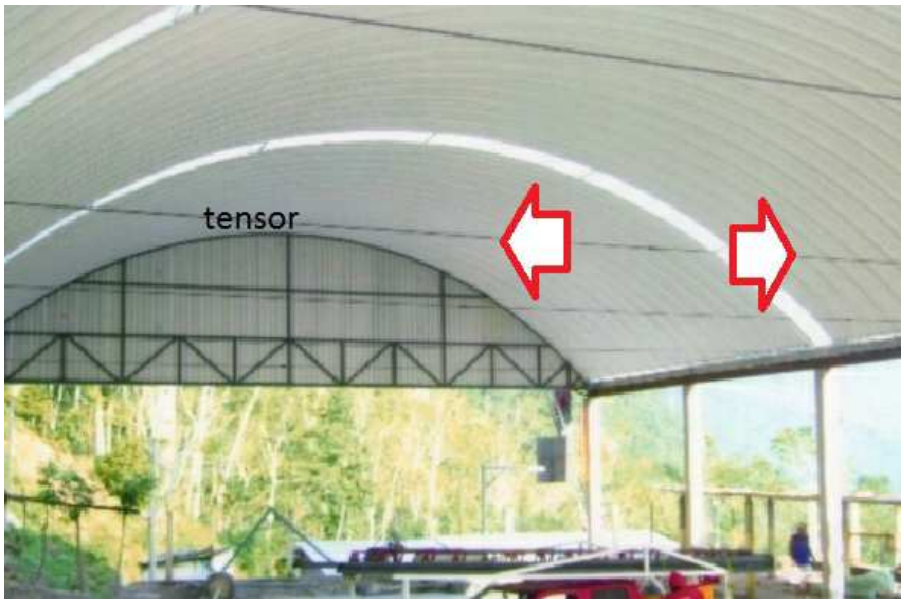
A las deformaciones que se recuperaron se las llama deformaciones ***elásticas*** y a las remanentes o las que "quedaron" después de la deformación se las conoce como "***plásticas"***. Entonces cuando se tiene una deformación esta será:

Deformación total = def. Elástica + def. Plástica

4.- TENSIONES EN TRACCION PURA

Como ya se vio en la introducción de esta guía para el caso de una sección comprimida, en el caso de un elemento sometido a tracción pura (denominado comúnmente tensor o tirante (aunque esta es una acepción también mal usada para elementos comprimidos)) el valor de la tensión es uniforme en toda la sección e igual:

$$\sigma = P/A$$



TENSORES DE UN ARCO PARABOLICO

Si se tratara de ***obtener la sección*** necesaria para que la misma ***no se rompa*** (dimensionado), si se está utilizando una material con una determinada σ_{adm}, despejando de lo anterior seria

.

$$Anec = P/\sigma_{adm}$$

4.1.- DEFORMACIONES EN TRACCION (COMPRESION) PURA

Ahora, si se desase conocer cuánto fue la deformación específica (mm por mm de largo del tirante) y despejando de la formula **** se tendría:

$$\sigma = E\,\xi \rightarrow \boxed{\xi = \sigma / E} \quad y \quad \xi = \Delta l / L \rightarrow \Delta l = L * \xi$$

Donde Δl = acortamiento y L largo
Este razonamiento también es válido para compresión pura.

4.2.- Ejemplo

Calcular la tensión que provoca una carga de 5000 kg en un tirante de acero de 3 cm^2 de área y el estiramiento que sufre la varilla si tiene un largo de 4 metros (tomar E = 2100000 kg/cm2)

$$\sigma = P/A = 5000kg / 3\ cm^2 = 1666\ kg/cm^2$$

Para calcular la deformación primeramente se determina la deformación específica:

$$\xi = \sigma / E = 1666\ kg/cm^2 / 2100000\ kg/cm^2 = 0.0008\ (sin\ unidad)$$

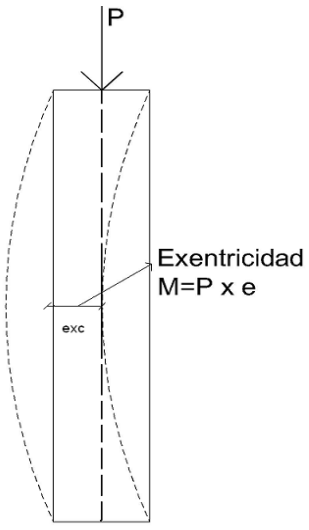
La deformación en mm será entonces

$$\Delta l = L * \xi = 0.0008 * 4000\ mm = 2{,}0\ mm$$

5.- TENSIONES EN COMPRESION PURA – PANDEO

En principio podría pensarse que el comportamiento de una sección debería ser idéntico al de tracción, ya que ambos son esfuerzos axiles, donde solo cambia el sentido de acción de la fuerza. Sin embargo es un hecho conocido que cuando se somete un elemento lineal a un esfuerzo de compresión aparece un efecto adicional de flexión por efecto del denominado ***PANDEO***.

El ***pandeo*** es un efecto de inestabilidad elástica que hace que piezas sometidas a compresión pura terminen afectadas simultáneamente por ***flexiones***, producto justamente de esa inestabilidad. El pandeo comienza con alguna excentricidad en la carga provocando una pequeña flexión y luego se retroalimenta en si mismo aumentando la excentricidad y su efecto, y así sucesivamente hasta provocar la rotura por flexión con cargas mucho menores que la que hubieran provocado la rotura si el pandeo no existiese. Todo lo anterior es válido para cualquier material, hormigón armado, hierro, madera, etc.



COLUMNA SOMETIDA A PANDEO

Si el pandeo no existiese, la columna estaría sometida a una tensión uniforme en toda su superficie

$$\sigma = P/A$$

El ***Momento flector*** generado por el pandeo produce un diagrama triangular de tensiones "descomprimiendo" algunas fibras y "sobre comprimiendo" otras.

La suma de ambos efectos se observa en la figura siguiente:

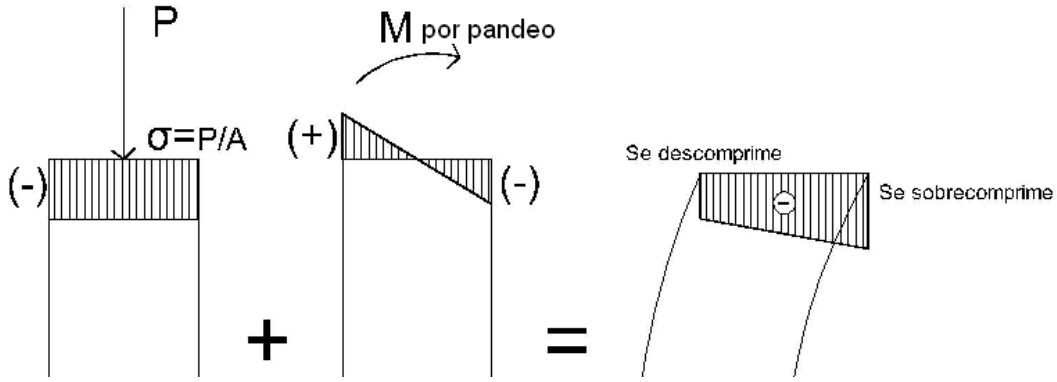


Diagrama de tensiones de una sección comprimida sometida a pandeo

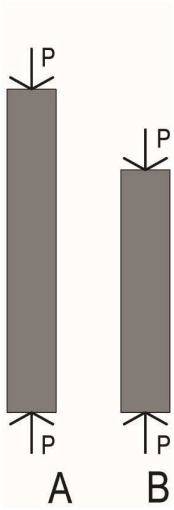
Del diagrama de tensiones resultante se observa que parte de las fibras están más comprimidas que por el efecto único de la compresión pura: Por lo tanto y como conclusión, el ***pandeo ocasionara mayor necesidad de material*** que si no existiera.

5.1.- FACTORES QUE AFECTAN EL PANDEO

La magnitud del efecto del pandeo depende de algunos factores propios de la columna que es necesario conocer para poder evaluarlo y así dimensionar finalmente el elemento sometido a compresión. Esos factores son:

5.1.1.- ALTURA (ALTO)

Cuanta más alta sea la columna, mayor efecto tendrá el pandeo

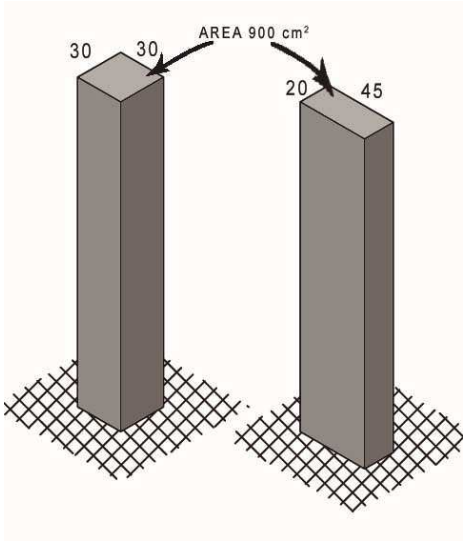


Efecto de la altura sobre el pandeo

Se observan 2 columnas sometidas a la misma carga P pero distinta altura. Si el pandeo no existiera, ambas precisarían la misma sección (igual cantidad de material) para soportar la carga. Pero por efecto del pandeo la columna más alta requerirá mayor material para soportar su efecto.

5.1.2.- MOMENTO DE INERCIA/AREA/RADIO DE GIRO

Otro de los factores que incide sobre el efecto del pandeo es el ***momento de inercia***. Como ya se comento, el pandeo termina "curvando" la pieza tal como si actuara un momento flector. La característica geométrica que se opone a un momento flector es el modulo resistente o ***el momento de inercia J***. Efectivamente, resulta intuitivamente comprensible, que si una columna, por ejemplo, tiene un lado menor que el otro (un momento de inercia distinto según el eje x o el Y) "buscara" pandear en el sentido "mas débil" o de menor oposición que es el menor momento de inercia. De igual forma si tienen dos columnas, de igual sección, pero distintos momento de inercia, sufrirá mas el pandeo aquella que tenga menor momento de inercia aunque sea alrededor de uno solo de sus ejes



Efecto del momento de inercia sobre el pandeo

Si el ***pandeo no existiese***, las columnas de la ***figura*** (de igual sección = 900 cm^3) soportarían la ***misma carga***, pero por efecto del mismo, la columna B, resistirá menos, ya que tiene uno de sus momentos de inercia menor (de h= 20 cm) que cualquiera de los dos de la columna A (que tiene los dos h = 30).

Como también el valor de la tensión resultante por compresión depende del área A, aparece un parámetro geométrico nuevo conocido como radio de giro que involucra estos dos factores que inciden sobre la tensión actuante por el pandeo MOMENTO DE INERCIA J y AREA A:

$$\mathbf{i = \sqrt{J/A} \qquad (*)}$$

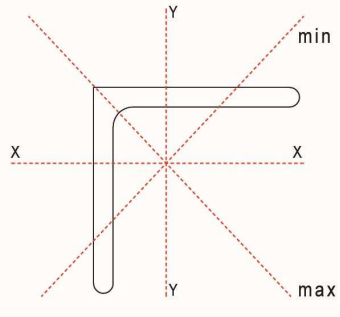
Siendo la unidad $\sqrt{cm^4/cm^2} = cm$

En el caso particular de un ***hierro redondo*** (muy utilizado en el caso de las vigas reticuladas livianas que se verán más adelante) el i min (resultante de reemplazar los correspondientes J y A de una sección redonda en la formula (*)) resulta:

$$\mathbf{i_\Phi = \Phi/4}$$

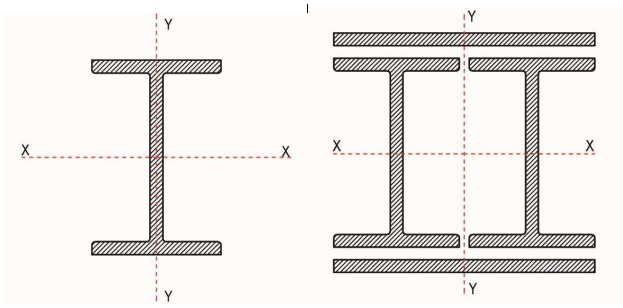
Una sección o forma cualquiera, tiene ***infinitos momentos de inercia*** de acuerdo a la inclinación que se le dé al eje de giro, y por lo tanto también ***tendrá infinitos radios de giros***. Sin embargo la columna o pieza pandeara donde encuentre menos "resistencia" a este movimiento y será aquel eje que se corresponda con el menor momento de inercia o radio de giro posible. A este radio de giro se lo conoce como ***mínimo.***

La figura siguiente muestra un perfil ángulo con los radios de giros de los radios principales y el mínimo. Si perfil se comprimiera el pandeo se producirá alrededor del eje mínimo.



Radio de giro máximo y mínimo de una sección

El hecho que una sección tenga distintos radios de giro (o influencia del pandeo) para un mismo área, hace que cuando se proyecte, por ejemplo, una columna metálica, convenga hacerlo con formas simétricas, al menos en ambos ejes principales, ya que si no, se estaría "desperdiciando" área. Efectivamente, supóngase una columna realizada con un perfil doble T. El pandeo hará que la pieza se curve en el sentido de menos resistencia, (donde no están las alas) desperdiciando justamente tanta área de estas alas. Es conveniente superponer dos perfiles doble T menores que den en su conjunto radios de giros similares en ambos ejes coordenados



$i_{xx} >>> i_{yy}$ $\quad$ $i_{xx} = i_{yy}$

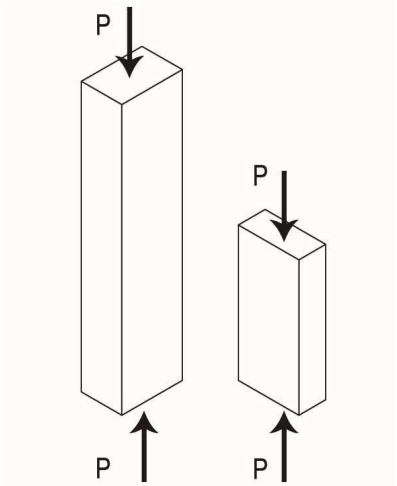
Conveniencia de utilización de sección "cuadradas" frente al pandeo

5.1.3.- ESBELTEZ (λ)

Se denomina ***esbeltez*** de una pieza a la relación entre su longitud (o altura) y el radio de giro. En otras palabras, es un parámetro que involucra simultáneamente a los dos factores mencionados anteriormente (altura y momento de inercia (o radio de giro)). Para un radio de giro mínimo la esbeltez será la "máxima" entonces

$$\lambda \text{ max} = L/i\text{min}$$

Para comprender mejor la importancia de la esbeltez véase el siguiente ejemplo:



Efecto de la esbeltez sobre el pandeo

La columna A de la figura tiene mayor altura pero también mayor momento de inercia (que el menor de la columna B). En cambio la Columna B, si bien tiene menor altura, también tiene uno de los momentos de inercia menor. Ambas columnas tienen "***una a favor y otra en contra***" en relación al pandeo: Lo sufrirá más aquella que tenga mayor esbeltez.

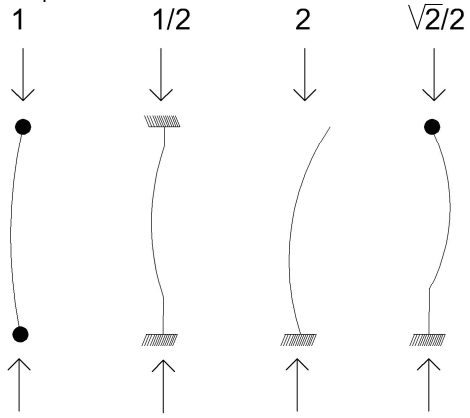
5.1.4.- CONDICIONES DE APOYO:

Una columna de acuerdo al tipo de vinculación que tenga en su parte superior e inferior se comportara de forma diferente frente al efecto de pandeo provocado por una fuerza de compresión. Efectiva y nuevamente si asimilamos el efecto de pandeo a un esfuerzo de flexión, este dependerá de las condiciones de apoyo deformándose menos cuanto más empotrado sean los bordes y "sufriendo" más en los apoyos libres ("voladizos"). A los efectos

de su futuro dimensionado se tomara como altura o luz de cálculo la misma que tiene la columna si ambos "apoyos" son articulados. Y para las otras alternativas se considerara como luz de cálculo:

$$Luz_{calculo} = luz_{real} \times C$$

Donde **C** es un parámetro que ***depende*** de las ***condiciones de borde*** de acuerdo al siguiente esquema



Coeficientes C para distintas condiciones de borde

El ***empotramiento mayor o menor*** que puede tener una columna en relación a las vigas que le "hacen" de apoyo, dependerá fundamentalmente de ***las rigideces relativas entre la columna y las mencionadas vigas***.

5.1.5.- MATERIAL

La magnitud del pandeo también dependerá del material con que este hecho la pieza, ya que si es mas elástico tendera a flexionar mas. Recordar que la "elasticidad" de un material viene dada por su modulo de Elasticidad E, siendo más elástico cuanto menor sea el E.

5.2.- METODO OMEGA DE DIMENSIONADO

La existencia de ***dos*** efectos ***simultáneos*** de compresión y flexión hace que el ***dimensionado*** de un elemento sometido a pandeo ***sea complejo*** y se prefiere simplificarlo por una manera alternativa utilizando el método **ω** (omega) que consistente en ***mayorar*** la carga N de compresión actuante con un valor **ω** > 1 que hará que la sección necesaria será mayor que si el pandeo no existiera:

$$\sigma_{trab} = (N \times \omega) / A \text{ con pandeo}$$

$$\sigma_{trab} = N / A \quad \text{sin pandeo}$$

El valor del coeficiente **ω** dependerá de todos los factores ya vistos que influyen sobre la forma de actuar del pandeo:

- esbeltez
- Material
- Condiciones de apoyo

El ***método*** está ***basado*** en estudios empíricos y dice que para un dado material y para cada valor de λ, existe un valor de ω, siendo este ultimo mayor cuanto ma-

yor sea λ. En la figura siguiente se muestra una parte de la relación para el acero St 37 . A modo de entender el proceso de entrada se indica cómo se obtiene el valor de ω = 1.11 para un λ de 35.

TABLA : COEFICIENTE DE PANDEO ω para ACERO ORDINARIO DE CONSTRUCCIÓN

						λ +					
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
20	1,04	1,04	1,05	1,05	1,05	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08	20
30	1,08	1,09	1,09	1,10	1,10	1,11	1,11	1,12	1,13	1,13	30
40	1,14	1,14	1,15	1,16	1,16	1,17	1,18	1,19	1,19	1,20	40
50	1,21	1,22	1,23	1,23	1,24	1,25	1,26	1,27	1,28	1,29	50
60	1,30	1,31	1,32	1,33	1,34	1,35	1,36	1,37	1,39	1,40	60
70	1,41	1,42	1,44	1,45	1,46	1,48	1,49	1,50	1,52	1,53	70
80	1,55	1,56	1,58	1,59	1,61	1,62	1,64	1,66	1,68	1,69	80
90	1,71	1,73	1,74	1,76	1,78	1,80	1,82	1,84	1,86	1,88	90
100	1,90	1,92	1,94	1,96	1,98	2,00	2,02	2,05	2,07	2,09	100
110	2,11	2,14	2,16	2,18	2,21	2,23	2,27	2,31	2,35	2,39	110
120	2,43	2,47	2,51	2,55	2,60	2,64	2,68	2,72	2,77	2,84	120

A los efectos de tener en cuenta las condiciones de apoyo cuando se calcule la esbeltez, deberá considerarse la ***luz de pandeo*** de acuerdo a lo indicado en el punto **5.1.4**

$$\lambda_{maximo} = \text{luz pandeo} / i_{min}$$

Donde la luz de pandeo es

$$L_{pandeo} = l_{real} \times c$$

Los valores de c corresponden a los vistos en el mencionado punto ***5.1.4.***

Entonces de acuerdo a todo lo anterior para el dimensionado de un elemento comprimido se procede de la siguiente forma:

Supóngase un elemento sometido a una fuerza de compresión C. El área que deberá tener será:

$$A_{necesaria} = \omega \times C / \sigma_{adm}$$

Donde C y la σ_{adm} son datos, mientras que $\omega = f(\lambda = l_{pandeo} / i_{min})$

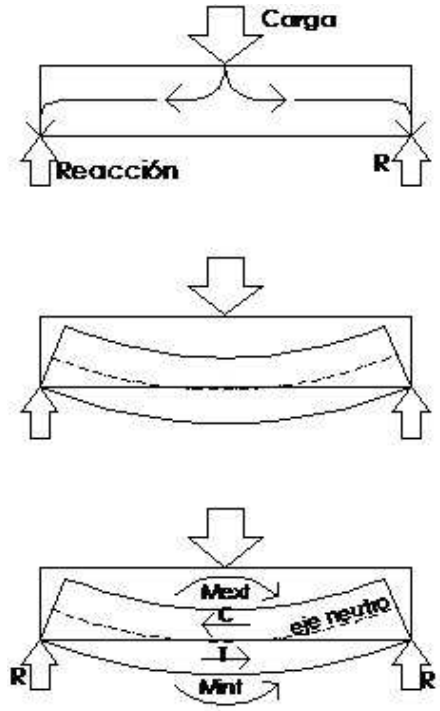
Acá l_{pandeo} es dato pero i_{min} es un parámetro geométrico que depende de la sección que es justamente lo que se está buscando,.... Conclusión.... El problema no tiene solución: "para conocer el área necesaria, se debe conocer justamente ese área o la menos su forma". Por lo tanto para resolverlo, se procede por tanteos: Se propone una sección cualquiera y se verifica que la tensión de trabajo resultante sea menor que la admisible:

$$\sigma_{trab} = (C \times \omega) / A_{prop} < \sigma_{adm}$$

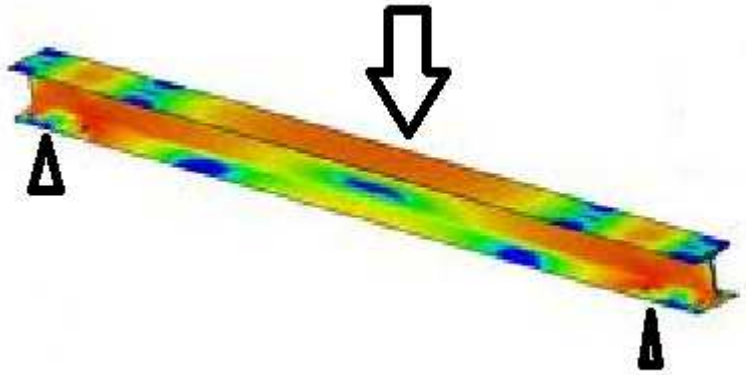
(Ver g.e 9. Dimensionado a compresion)

6.- TENSIONES EN FLEXION

Las **vigas** son elementos estructurales de directriz recta que resisten fundamentalmente por **flexión y corte**. Además de poder resistir las fuerzas que actúan sobre su eje (esfuerzos axiles) pueden recibir, mediante esfuerzos internos, fuerzas perpendiculares al eje y transportarlas lateralmente a lo largo del mismo. Una viga de sección llena modifica 90º la dirección de las fuerzas y las desplaza a lo largo de su eje hacia los apoyos extremos. (fig.a). Las vigas sufren un momento de giro externo llamado **momento flector**. Las fuerzas externas (cargas y reacciones), al no estar en una misma recta de acción, producen la rotación de los extremos libres (puntos de apoyo), que generan la curvatura del eje longitudinal: **flexión** (fig. b). Debido a la deformación por flexión, algunas fibras se acortan o comprimen y otras se alargan o tracciónan. Estas tensiones de de tracción y compresión producen un momento interno que equilibrará al momento externo dibujo a (fig. c).



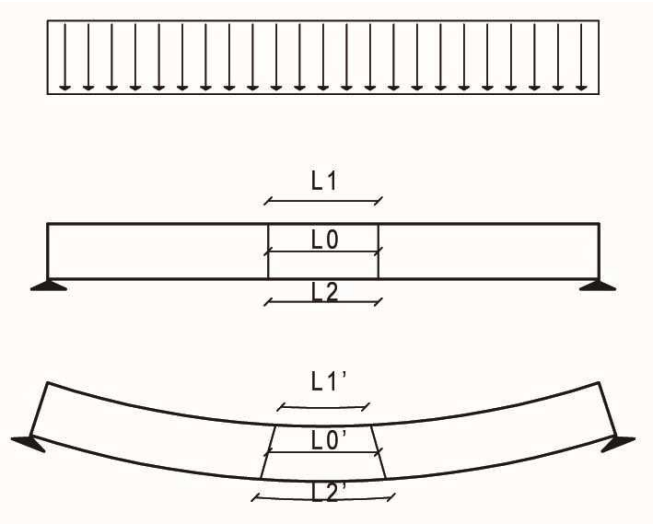
COMPORTAMIENTO DE UNA VIGA SOMETIDA A FLEXION



LINEA DE ISOTENSIONES DE UNA VIGA SOMETIDA A UNA CARGA PUNTUAL

6.1.- TENSIONES NORMALES EN FLEXION

Cuando la viga se deforma, la pieza o una sección cualquiera adoptara una nueva forma de tal manera que:



Despues de la deformaicon:

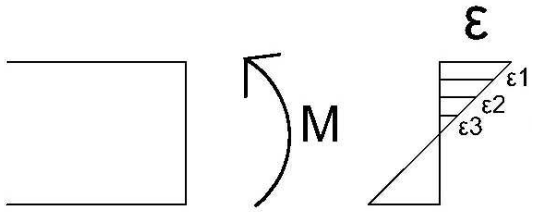
L1´ < L1 → achicamiento

L0´ = L0 → eje neutro

L2´ > L2 → alargamiento

En otras palabras, después de la deformación hubo fibras que se acortaron y otras que se alargaron. Y por lo tanto algunas se comprimieron y otras se traccionaron. El conocimiento de esta situación es de vital importancia en el hormigón armado que, como se verá más adelante, es donde se coloca el hierro, ya que el hormigón no es capaz de soportar tracciones

Si se hace un corte en una sección cualquiera de la viga y se dibuja en una escala conveniente los distintos alargamientos y acortamientos se tendrá un diagrama de deformaciones como el de la figura

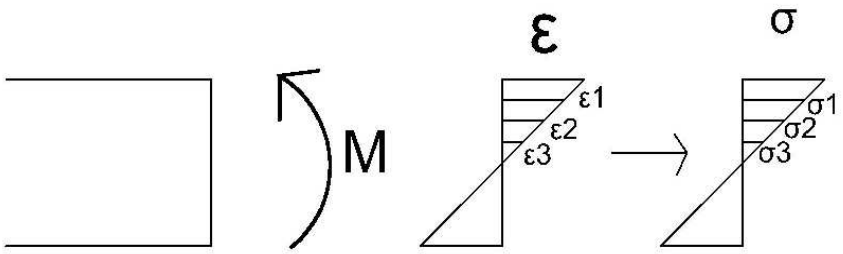


DEFORMACIONES EN UNA SECCION DE UN MATERIAL SOMETIDO A FLEXION

Estas deformaciones ***"se transformaran"*** en tensiones de acuerdo al diagrama tensiones deformaciones de cada tipo de material, y si el material tiene un comportamiento "hokkiano" donde las tensiones son proporcionales a las deformaciones (hierro, madera) (ver punto 3 de esta guía) entonces el diagrama de tensiones será de forma "idéntica" a las deformaciones pero agrandado, multiplicado o escalado por el modulo de elasticidad E de acuerdo a

$$\sigma = E\,\xi$$

De acuerdo a lo anterior se tendrá entonces el ***diagrama de tensiones correspondiente a una sección de un material homogéneo elástico y hookiano para un momento flector determinado.***



DEFORMACIONES Y TENSIONES PARA UN MATERIAL HOMOGENEO

Las tensiones, entonces para un material homogéneo tendrán una variación "triangular" empezando por un máximo de compresión, pasando por un valor nulo ***(eje neutro***) y terminando con un máximo de tracción (todo esto para un momento positivo). Se demuestra que el valor de la tensión a una distancia y del eje neutro valdrá

$$\sigma = M.y/J$$

Donde

M es el momento flector actuante

y es la distancia de la fibra al eje neutro

J momento de inercia de la sección

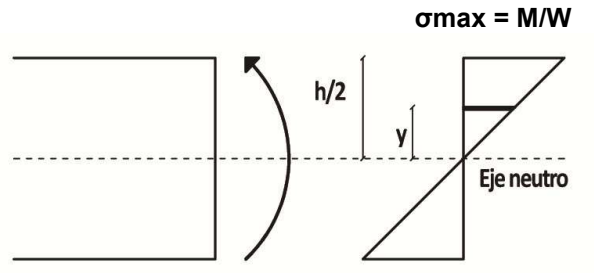


DIAGRAMA DE TENSIONES PARA UN MATERIAL HOMOGENEO

El valor máximo de la tensión, estará a una distancia y = h/2, entonces la formula anterior queda:

$$\sigma max = M.h/(2.J) \qquad XX$$

Tanto h como J son propiedades geométricas de la sección y se las unifica en un nuevo concepto que es el ***"modulo resistente"*** de la sección:

$$W = J/h/2$$

La formula XX queda entones

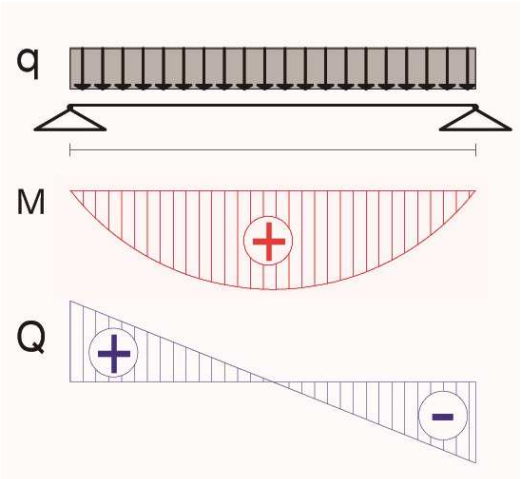
$$\sigma max = M/W$$

La formula anterior, conocida como ***"formula del espejo"*** permitirá conocer la tensión máxima de trabajo y por lo tanto dimensionar un elemento estructural de un material homogéneo sometido a flexión.

Se define, entonces, al modulo resistente a la capacidad de una sección de oponerse a los esfuerzo flectores. En otras palabras el modulo resistente es a la flexión lo que el área es a la tracción o compresión y el momento de inercia a la flecha.

6.2.- TENSIONES DE CORTE EN FLEXION

Supóngase la siguiente viga sometida a una carga distribuida q. Por efecto de las misma el elemento estará solicitado simultáneamente a un momento flector M y a un esfuerzo de corte Q



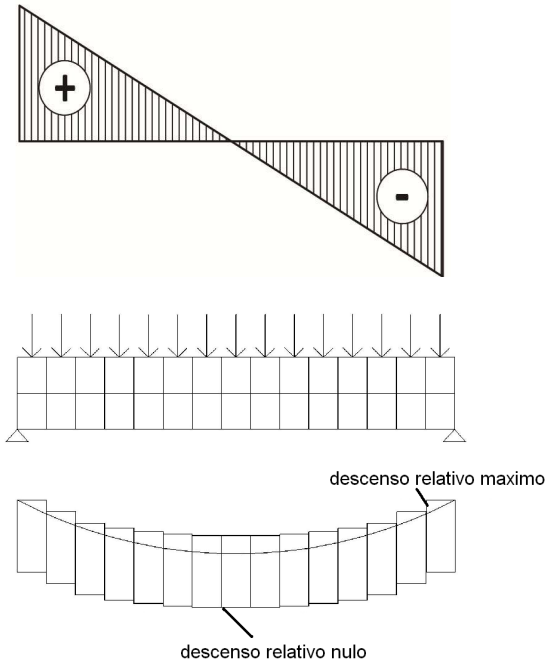
Viga de largo l y carga q con diagrama de momento y corte

En un la viga aparecen esfuerzos de que corte que si no son analizados pueden provocar la rotura "por corte" del elemento. En general el Q máximo esta en las cercanías de los apoyos y es nulo donde el momento es máximo, por lo cual las fisuras por corte están en cercanía de los apoyos y a 45 ° respecto al eje de la viga por motivos que se verán más adelante.

Para entender mejor el funcionamiento de los esfuerzos de corte se analizaran a continuación dos tipos de deslizamientos.

6.2.1 - DESLIZAMIENTOS VERTICALES

Imagínese una "**viga**" formada por sucesión de gajos verticales hilvanados entre sí por un cable que pasa por un orificio ubicado en el centro de cada ellos. Cuando las cargas verticales actúen esta "pseudo viga" se comportara de la manera indicada en la figura:



Se observa que después de aplicada la carga, si los gajos no están unidos, se produce un descenso relativo entre cada uno siendo mayor el descenso (relativo nuevamente) en las cercanías de los apoyos y nulo en el centro, coincidiendo con la forma del diagrama de esfuerzos de corte actuante. Para "restablecer el orden" y que cada gajo se "una" con su vecino se deberá **"pegar"** de alguna forma uno con otro.

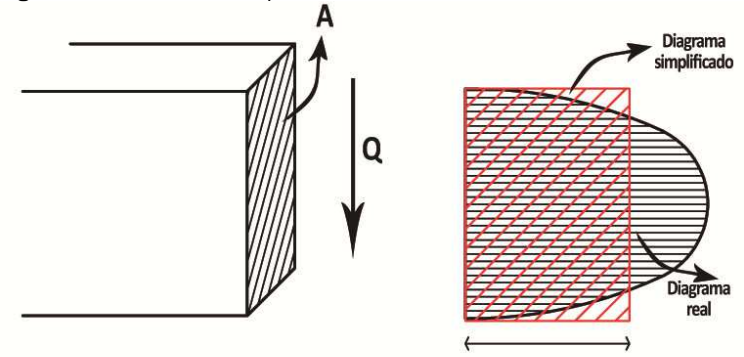
Los materiales tienen, en general, la capacidad de aportar "pegamento" a través de las llamadas tensiones tangenciales ζ (tau) hasta un límite máximo dado por la llamada ζ_{adm}. Entonces la viga "se romperá" en gajos cuando la ζ_{trab} supere la admisible. A

estas tensiones se las denominara como ***tensiones tangenciales verticales***

Rotura por corte si $\zeta_{trab} > \zeta_{adm}$

En forma aproximada y promedio se puede decir que el ζ_{trab} actuante en una sección es igual a:

El diagrama en escala de estas tensiones de corte en una sección de forma rectangular tendrá forma parabólica,



TENSIONES DE CORTE EN UNA SECCION RECTANGULAR

Con un valor máximo en el centro de la sección (no de la viga) igual a:

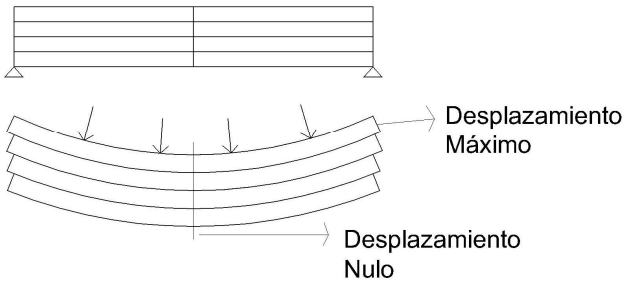
$$\zeta max = 1.5\ Q/area$$

Siendo razonable adoptar para los cálculos un valor medio de:

$$\zeta prom = Q/área$$

6.2.2- DESLIZAMIENTOS HORIZONTALES

Ahora, imagínese una seudo viga formada por láminas horizontales apoyadas una sobre otra. Cuando actúen las cargas, cada una se deformara "individualmente" produciéndose un ***desplazamiento "relativo"*** entre ellas, siendo mayor en las cercanías de los apoyos y nulo en el centro (siempre deslizamientos relativos) nuevamente siguiendo el diagrama de los esfuerzos de corte.

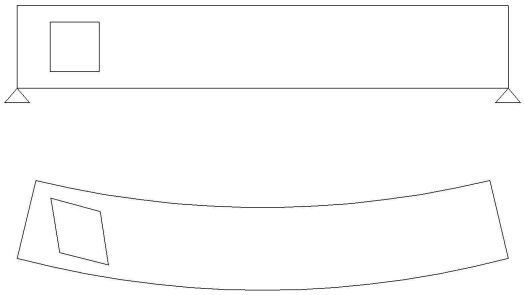


Para ***"pegar"*** cada una de las laminas el material proveerá otra vez tensiones ζ_{adm} que se opondrán a las de trabajo actuantes. Si no lo logra, la viga se desintegrara en forma de láminas. A estas tensiones se los llamara **tensiones tangenciales horizontales.**

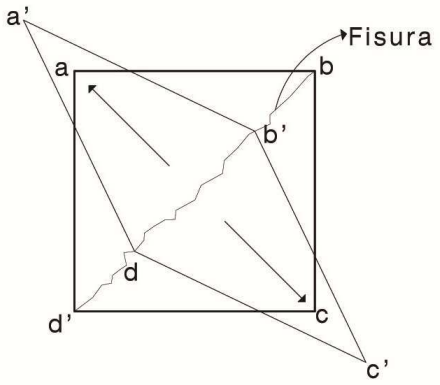
6.2.3.- SIMULTANEIDAD DE DESLIZAMIENTOS VERTICALES Y HORIZONTALES

Si las suposiciones y deslizamientos comentados en los párrafos anteriores ocurren ***simultáneamente*** ocurrirá lo siguiente:

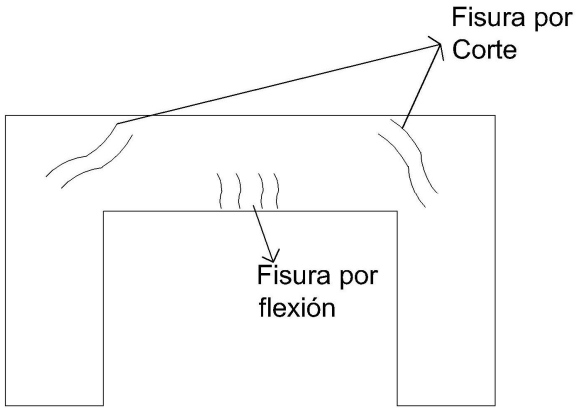
Imagínese una viga de goma donde se indica con una tiza un cuadrado perfecto en cercanías de los apoyos. Cuando la viga se deforme por efecto de las cargas verticales se observara que el cuadrado se "transforma" en un rombo de diagonales distintas.



Esta transformación se produjo por el accionar de los $\zeta_{horizontales}$ y $\zeta_{verticales}$ en forma simultánea sobre el cuadrado original:



Se observa un **estiramiento** del cuadrado en una dirección y un **acortamiento** en la otra. Si el material es capaz de soportar los acortamientos (compresiones) pero no los alargamientos (tracciones) (caso típico del hormigón) se produce una fisura a 45 ª típica en los casos de rotura por corte



TIPICA FISURA POR CORTE Y FLEXION EN MATERIALES CON POCA O NULA RESISTENCIA A LA COMPRESION

6.3.- CALCULO DE LA FLECHA MAXIMA DE UNA VIGA FLEXADA.

Cuando se realiza el dimensionado de una pieza sometida a flexión, se tiende a dimensionarla solamente a la rotura. Puede ocurrir que esta pieza soporte las cargas sin romperse, pero que tenga una deformación tal que resulte funcional y/o estéticamente indeseable. Debido a esto, las reglamentaciones vigentes establecen las deformaciones máximas admisibles. En consecuencia, es necesario también verificar la flecha, es decir, el máximo descenso del eje de la pieza, con relación a su posición original (previa a la acción de las cargas).

Globalmente para una carga uniformemente repartida la formula tiene la siguiente forma

$$f_{max} = K \cdot q \cdot l^4 / E \cdot J$$

La formula permite observar las variables de la cual depende la deformacion y/o la flecha maxima:

- **Condiciones de apoyo**
- **Carga**
- **Luz o longitud**
- **Material (modulo de elasticidad)**
- **Forma de la sección (momento de inercia)**

- La flecha depende de las **condiciones de apoyo**, a través de un coeficiente **K** que la tiene en cuenta. Obsérvense los valores para los casos típicos de carga uniformente distribuida:

Condiciones de apoyo	Coeficiente K
Apoyo simple-apoyo simple	5/384
Apoyo simple-empotramiento	1/192
Empotramiento- empotramiento	1/384

Se observa la importancia que tiene el tipo de apoyo en la magnitud de la flecha. La misma es 5 veces mayor para una viga simplemente apoyada que para una doblemente empotrada tal como ya comento anteriormente.

- Depende directamente de la ***longitud o luz de la viga l*** y con gran incidencia (está elevada a la tercera (cargas puntuales o cuarta potencia (cargas uniformemente repartidas)).

EJEMPLO: Cual es la variación en la f máx. de una viga que pasa de tener 2 a 4 metros??

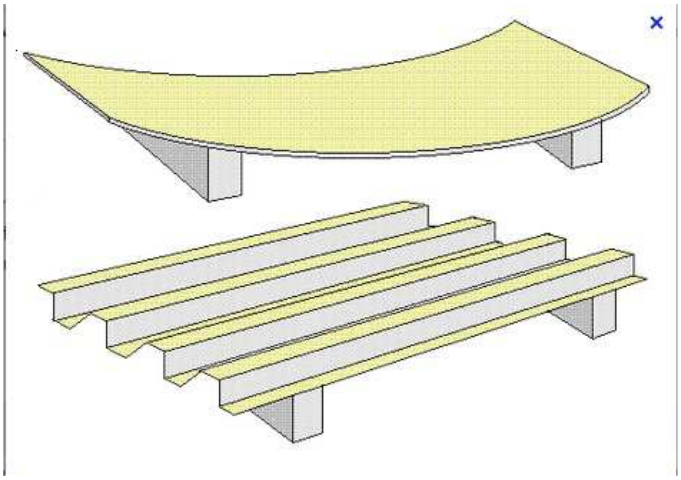
$$f_{2\ máx.} = K \cdot q \cdot 2^4 / E \cdot J = f\ máx. = 16. K \cdot q / E \cdot J$$

$$f_{4\ máx.} = K \cdot q \cdot 4^4 / E \cdot J = f\ máx. = 256. K \cdot q / E \cdot J$$

Una variación del doble en el largo de la viga aumento la flecha 256/16 = 64 veces

- Depende del ***tipo y magnitud de la carga q*** en forma directa.

- Es inversamente proporcional al **momento de inercia J** de la pieza.



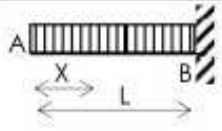
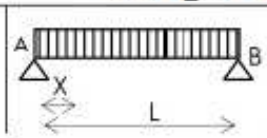
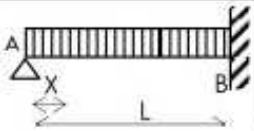
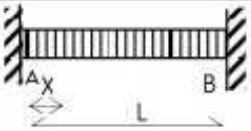
- Depende del ***material*** a través de su módulo de elasticidad **E**, en forma inversa (a mayor módulo de elasticidad significa que el material es menos elástico y por lo tanto se deformará menos).

En la tabla siguiente se observan los valores de los módulos de elasticidad para los materiales que se verán en el la siguiente g.e

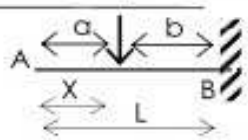
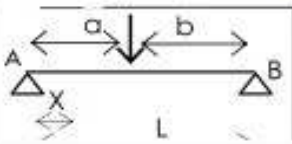
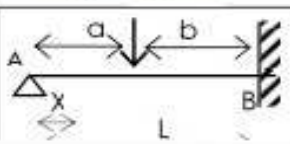
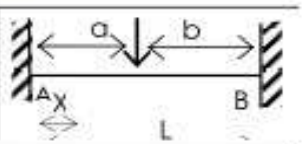
Material	**E (kg/cm2)**	**Observaciones**
ACERO	2.100.000	
HORMIGON	300.000	depende de la calidad del hormigón
MADERA	80000	Depende del tipo de madera

A continuación se indican nuevamente los valores de flecha para cargas uniformente distribuidas y cargas puntuales, y la ubicación en el largo de la viga de esa flecha maxima

cargas distribuidas

ESQUEMA DE CARGAS				
FLECHA **f**	$q \cdot L^4 / 8\,E \cdot J$	$\frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{E \cdot J}$	$\frac{q \cdot L^4}{192 \cdot E \cdot J}$	$\frac{q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot J}$
X_f	0	L / 2	L / 2	L / 2

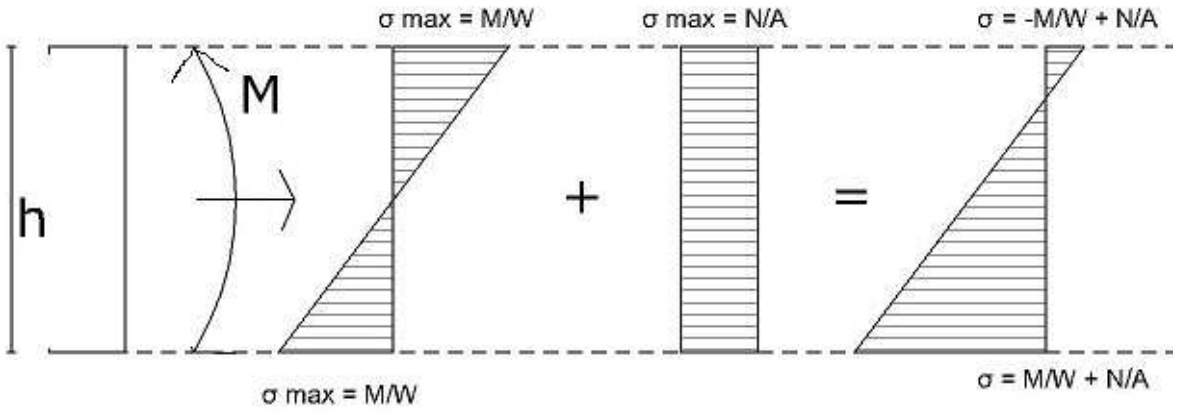
cargas puntuales

			
$\frac{P \cdot b^2 (2L + a)}{6\,E \cdot J}$	$\frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{3\,E \cdot J \cdot L}$	a = L /4 $P.L^3/150\,EJ$ a = L /8 $P.L^3/110\,EJ$ a= 3L /4 $P.L^3/380\,EJ$	$\frac{P \cdot a^3 \cdot b^3}{3\,E \cdot J \cdot L^3}$
0	a	a	a

7. ESFUERZOS SIMULTANEOS (FLEXION COMPUESTA)

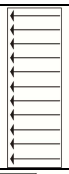
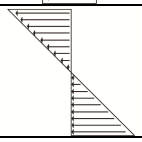
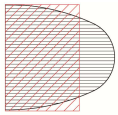
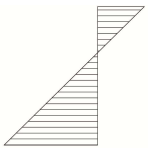
De acuerdo al tipo de cargas que este aplicada sobre un determinado elemento estructural puede ocurrir que el mismo este sometido simultáneamente a más de un esfuerzo. Por ejemplo, ocurre habitualmente con el M y Q pero como cada uno produce una dirección distinta de tensiones, normales y tangenciales respectivamente se puede considerar individualmente sin mayores inconvenientes, Distinto es el caso de por ejemplo, la actuación simultanea de M y N.

En este caso, y como las tensiones son de idéntica dirección (normales) es posible sumarlas algebraicamente, como si ambas estuvieran actuando por separado, es decir:



8- RESUMIENDO

La siguiente tabla indica, a modo de resumen las distintas tensiones, y sus características, que pueden ocasionar los posibles esfuerzos externos MNQ

Esfuerzo	Tipo de tensión	Forma del diagrama de tensiones	Tensión máxima	Ubicación de la tensión máxima	Observaciones
N (T o C)	Normal		$\sigma_{max} = P/A$	En toda la sección (uniforme)	
M flector	Normal		$\sigma_{max} = M/W$	En los extremos sup. e inf. De la sección	
Q	Tangencial		$\zeta_{max}=1.5\ Q/A$	En el centro de la sección $\zeta_{max}= Q/A$	Puede considerarse un valor promedio
M flector + N	Normal		$\sigma_{max} = M/W + N/A$	Máximo en un extremo y mínimo en el opuesto según los signos de cada esfuerzo	