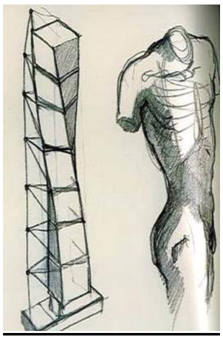


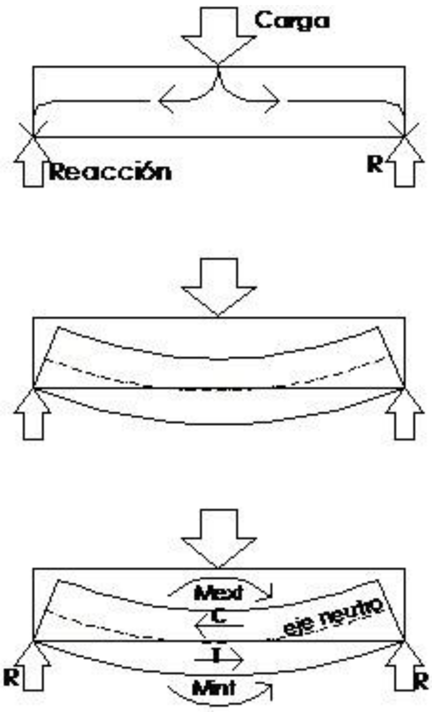
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC	**ESTRUCTURAS – NIVEL 1 - PLAN DE ESTUDIOS 6**		
GE10	Taller: VERTICAL III – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	Guía de estudio nro. 10: DIMENSIONADO A FLEXION SIMPLE		
2012	Elaboró: Ing. Alejandro Nico	Revisión: 0	Fecha octubre de 2012

1.- INTRODUCCION

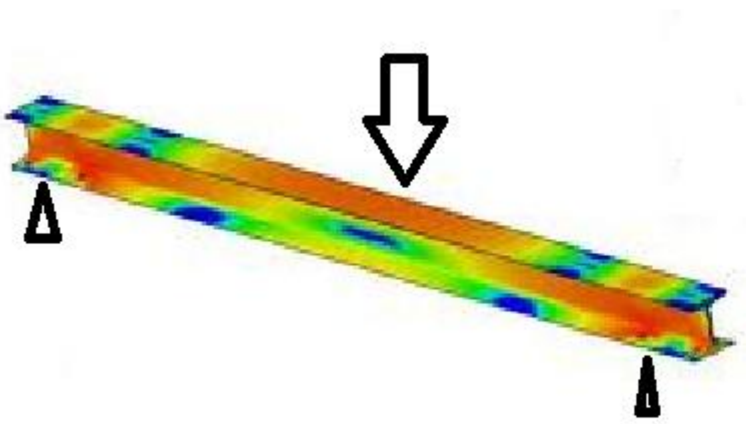
En la guía de estudio anterior se vio el dimensionado de elementos sometidos a esfuerzos axiales "puros" o directos de tracción y compresión. En esta nueva guía se dimensionaran elementos sometidos a esfuerzos de flexión como, por ejemplos los que se producen en una viga. Recordando que dimensionar un elemento estructural es hallar la cantidad y forma de la sección para soportar los esfuerzos a los que está sometida, y de igual forma que lo comentado en la g.e 9, en esta guía se diferenciara el procedimiento entre materiales homogéneos (hierro y madera) y heterogéneos (hormigón armado). A continuación, se transcriben algunos conceptos vistos en la g.e 7 de resistencia de materiales, punto de partida para entender el dimensionado.

1.1.- COMPORTAMIENTO DE UN ELEMENTO SOMETIDO A UN MOMENTO FLECTOR

Las **vigas** son elementos estructurales de directriz recta que resisten fundamentalmente por **flexión y corte**. Además de poder resistir las fuerzas que actúan sobre su eje (esfuerzos axiles) pueden recibir, mediante esfuerzos internos, fuerzas perpendiculares al eje y transportarlas lateralmente a lo largo del mismo. Una viga de sección llena modifica 90º la dirección de las fuerzas y las desplaza a lo largo de su eje hacia los apoyos extremos. (fig. a). Las vigas sufren un momento de giro externo llamado **momento flector**. Las fuerzas externas (cargas y reacciones), al no estar en una misma recta de acción, producen la rotación de los extremos libres (puntos de apoyo), que generan la curvatura del eje longitudinal: **flexión** (fig. b). Debido a la deformación por flexión, algunas fibras se acortan o comprimen y otras se alargan o traccionan. Estas tensiones de de tracción y compresión producen un momento interno que equilibrará al momento externo dibujo a (fig. c).



COMPORTAMIENTO DE UNA VIGA SOMETIDA A FLEXION



LINEA DE ISOTENSIONES DE UNA VIGA SOMETIDA A UNA CARGA PUNTUAL

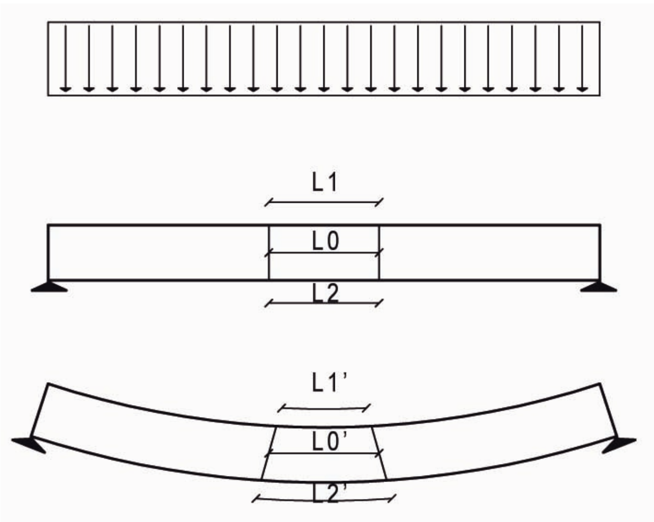
2.- DIMENSIONADO A FLEXION DE MATERIALES HOMOGENEOS (HIERRO Y MADERA)

El Dimensionado de una viga sometido a flexión exige, generalmente la verificación simultanea de 3 situaciones:

- Tensiones normales ("dimensionado propiamente dicho")
- Tensiones tangenciales provocadas por los esfuerzos de corte presentes simultáneamente con la flexión
- Flecha o deformación máxima

2.1.- TENSIONES NORMALES EN FLEXION

Cuando la viga se deforma, la pieza o una sección cualquiera adoptara una nueva forma de tal manera que:



Después de la deformación:

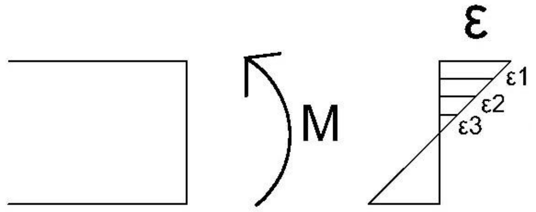
L1´ < L1 → achicamiento

L0´ = L0 → eje neutro

L2´ > L2 → alargamiento

En otras palabras, después de la deformación hubo fibras que se acortaron y otras que se alargaron. Y por lo tanto algunas se comprimieron y otras se traccionaron. El conocimiento de esta situación es de vital importancia en el hormigón armado que es donde se coloca el hierro, ya que el hormigón no es capaz de soportar tracciones.

Si se hace un corte en una sección cualquiera de la viga y se dibuja en una escala conveniente los distintos alargamientos y acortamientos se tendrá un diagrama de deformaciones como el de la figura. Las fibras más alejadas del baricentro de la sección serán las que más se acortan o alargan y disminuye el valor hacia el centro o ***eje neutro*** de la sección

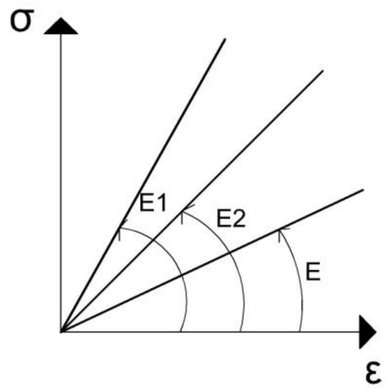


DEFORMACIONES EN UNA SECCION DE UN MATERIAL SOMETIDO A FLEXION

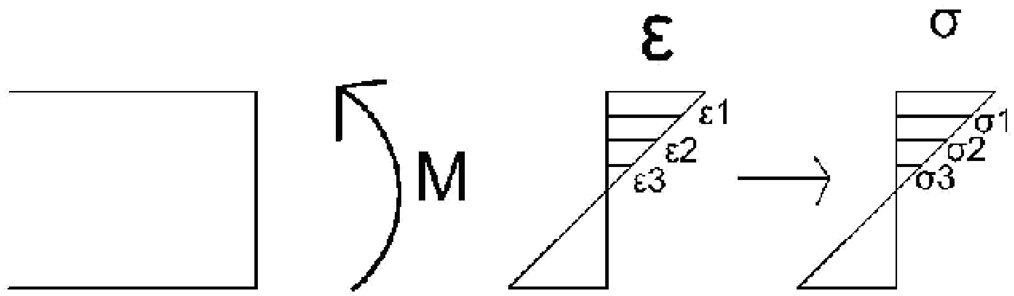
Estas deformaciones ***"se transformaran"*** en tensiones de acuerdo al diagrama tensiones deformaciones de cada tipo de material y el conocimiento de este nuevo diagrama de tensiones permitirá realizar el dimensionamiento, en un caso para materiales homogéneos (hierro y madera) o para el hormigón armado, material heterogéneo.

De la misma forma que ya visto en esfuerzos axiles, y nuevamente, dejando de lado, por ahora la diferencia en los valores de tensiones admisibles y elasticidad, es posible suponer un "comportamiento" similar del hierro y madera ante esfuerzos de flexión, lo que permite plantear el problema en forma única, y cuando se realice el dimensionado, aplicar los parámetros resistentes y elásticos correspondientes.

Entonces, recordando el diagrama tensiones deformaciones para este tipo de materiales (que cumplen la ley de Hooke), y dejando de lado el comportamiento del acero después del límite de fluencia se tiene:



En los materiales que cumplen la ley de Hooke, se observa una proporcionalidad entre las tensiones y deformaciones, ligadas por un parámetro constante denominado modulo de elasticidad E (que depende del material). Entonces el diagrama lineal de deformaciones que menciono en el punto 1.1.2. se transforma en otro de tensiones normales "modificado en escala" por el mencionado modulo de elasticidad E.



DEFORMACIONES Y TENSIONES PARA UN MATERIAL HOMOGENEO

Las tensiones para un material homogéneo, tendrán una variación "triangular" empezando por un máximo de compresión, pasando por un valor nulo ***(eje neutro)***, y terminando con un máximo de tracción (todo esto para un momento positivo). Se demuestra que el valor de la tensión a una distancia y del eje neutro valdrá

$$\sigma_y = M.y/J$$

Donde

M es el ***momento flector*** actuante

y es la ***distancia*** de la fibra al ***eje neutro***

J momento de inercia de la sección

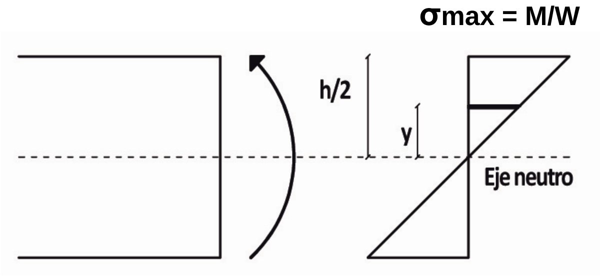


DIAGRAMA DE TENSIONES PARA UN MATERIAL HOMOGENEO

El valor máximo de la tensión, estará a una distancia y = h/2, entonces la formula anterior queda:

$$\sigma max = M.h/ (2.J) \qquad\qquad XX$$

Tanto h como J son propiedades geométricas de la sección y se las unifica en un nuevo concepto que es el ***"modulo resistente"*** de la sección:

$$W = J/h/2$$

La formula XX queda entones

$$\sigma_{max} = M / W$$

La formula anterior, conocida como ***"formula del espejo"*** permitirá conocer la tensión máxima de trabajo y por lo tanto dimensionar un elemento estructural de un material homogéneo sometido a flexión.

Se define, entonces, al modulo resistente a la capacidad de una sección de oponerse a los esfuerzo flectores. En otras palabras el modulo resistente es a la flexión lo que el área es a la tracción o compresión y el momento de inercia a la flecha.

Entonces cuando se dimensione la sección necesaria del material elegido, se "hará" trabajar el material a la máxima tensión posible (tensión admisible) y se despejara el modulo resistente W que se necesita:

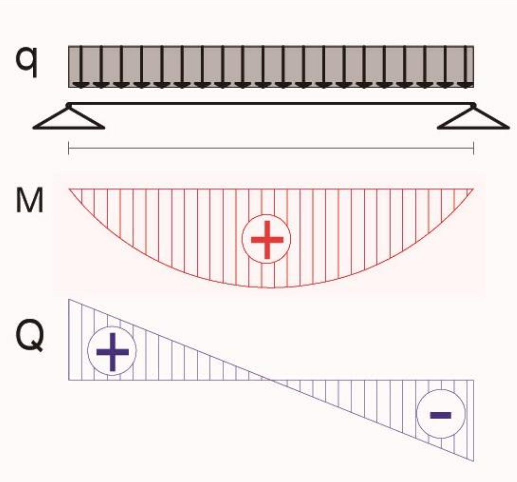
$$W_{nec.} = M / \sigma_{ad}$$

Donde M es el momento flector actuante en la sección a dimensionar y **σad** la tensión admisible del material utilizado.

2.2.- TENSIONES DE CORTE EN FLEXION

Nuevamente, y recordando conceptos vistos en la g.e de resistencia de materiales, en general una viga o elemento sometido a flexión, esta simultáneamente soportando esfuerzos de corte:

Supóngase la siguiente viga sometida a una carga distribuida q. Por efecto de las misma el elemento estará solicitado simultáneamente a un momento flector M y a un esfuerzo de corte Q.



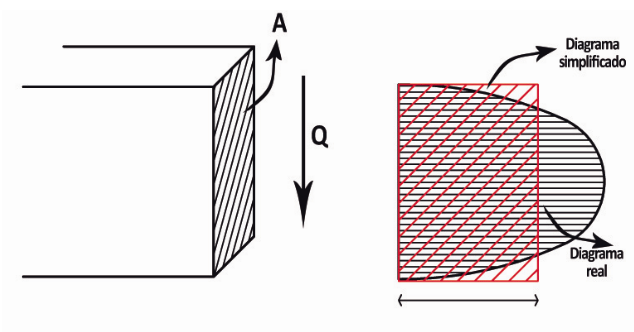
VIGA DE LARGO L Y CARGA Q CON DIAGRAMA DE MOMENTO Y CORTE

En un la viga aparecen esfuerzos de que corte que si no son analizados pueden provocar la rotura “por corte” del elemento. En general el Q máximo esta en las cercanías de los apoyos y es nulo donde el momento es máximo, por lo cual las fisuras por corte están en cercanía de los apoyos y a 45 ° respecto al eje de la viga.

El esfuerzo de corte Q, provocara tensiones tangenciales ζ_{trab} en la sección donde esté actuando. Cada material tiene una capacidad de ofrecer ζ_{adm} para contrarrestar este efecto y la rotura por corte entonces se producirá si:

$$\zeta_{trab} > \zeta_{adm}$$

Por lo tanto en el dimensionado de una sección sometida a flexión también es necesario conocer el valor de la ζ_{trab} y compararla con la correspondiente ζ_{adm} del material utilizado.



Se demuestra que el diagrama en escala de estas tensiones de corte en una sección de forma rectangular tendrá forma parabólica, Con un valor máximo en el centro de la sección (no de la viga) igual a:

$$\zeta_{max} = 1.5\ Q/\text{área}$$

Siendo razonable adoptar para los cálculos un valor medio de:

$$\zeta_{prom} = Q/\text{área}$$

Este valor de ζ_{prom} o ζ_{trab} deberá compararse o verificarse con el $\zeta_{admisible}$ del material

2.3.- CALCULO DE LA FLECHA MAXIMA:

Independientemente de que las tensiones normales y tangenciales mencionadas en los puntos anteriores sean satisfechas o verificadas, es decir que los valores de trabajo no superen los admisibles, también es necesario que la deformación o máxima flecha que se produce en la viga o elemento flexionado no supere, también, valores admisibles. Efectivamente aunque el elemento "no se rompa" resulta necesario que la deformación (que siempre existe e inevitable) no sea tan grande que resulte visualmente antiestética.

Para ello por lo tanto, es necesario calcular la flecha máxima, por ejemplo para una carga uniformemente repartida (ver más detalles g.e 7) con la siguiente fórmula:

$$f\ max = K\ .\ q\ .\ l^4 / E\ .\ J$$

Donde:

K depende de las condiciones de apoyo

q carga uniformemente repartida

l Luz o longitud

E modulo de elasticidad

J momento de inercia de la sección

Pueden adoptarse los siguientes valores de flecha, para piezas de acero:

Vigas de entrepisos de viviendas, oficinas: $f_{adm} \leq L / 400$
Vigas para techos (correas y cabios): $f_{adm} \leq L / 300$

Se observa que la flecha admisible depende de la luz de la viga…a mayor luz, mayor deformación absoluta permitida…por ejemplo para una viga de 4 metros la flecha admisible es de 400/400 = 1 cm.

En caso de no verificar la flecha deberá recurriese a un perfil mayor. Para encontrarlo se propone despejar de la formula de flecha, el momento de inercia y buscar el Jnec para la flecha máxima admisible

$$Jnec = K\ q\ l^4/E \times f_{adm}$$

3.- DIMENSIONADO A FLEXION DE VIGAS METALICAS (ACERO)

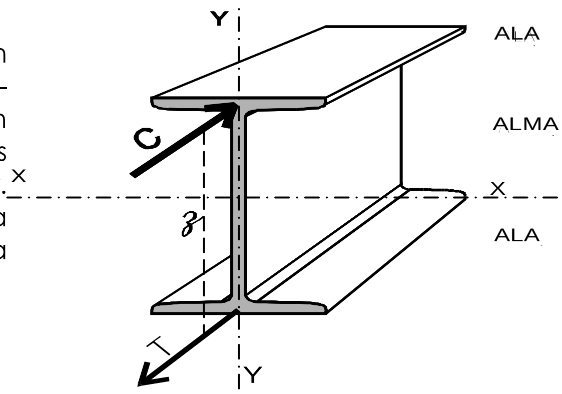
De acuerdo a las distintas formas que provee la industria del acero es posible conseguir o ***"armar"*** distintas formas de secciones buscando el objetivo común de lograr que la mayor cantidad de "área" de la sección resultante se halle lo más alejada posible del baricentro de la sección. De esta manera se estará aumentando el momento de inercia y el ***modulo resistente*** de la sección (W) lo que, de acuerdo a la formula "del espejo" hará disminuir al máximo las tensiones máximas actuantes sobre la misma. Y de acuerdo a la forma que se logre ese alejamiento de la mayor cantidad de masa del baricentro existen 2 grandes formas de vigas metálicas

- **VIGAS DE ALMA LLENA**
- **VIGAS RETICULADAS O DE ALMA "HUECA"**

3.1.- VIGAS DE ALMA LLENA O PERFILES LAMINADOS y COMPUESTOS

Como su nombre lo indica, son aquellas vigas con dos masas opuestas unidas entre sí por un ***alma*** maciza o ***"llena"***. Un ejemplo típico de esta situación la representan las ***secciones doble T***, que están concebidas para trabajar principalmente a flexión ya que su diseño maximiza su inercia respecto de uno de sus ejes, alejando el área del centro de gravedad y concentrándolo en los extremos superior e inferior, en las "**alas**". Se obtiene así un momento de inercia considerable sobre uno de sus ejes.

Para resistir a la flexión se genera un momento interno dado por una resultante de compresión y otra de tracción que actúan en las ***alas***. Estas fuerzas formarán un par de fuerzas cuyo momento equilibra el momento flector exterior. Las alas están unidas entre sí por una delgada zona donde las tensiones son menores, el ***alma***, encargada de resistir el esfuerzo de corte.



Existen dos formas totalmente distintas de obtener la forma del doble T:

- **PERFILES LAMINADOS**
-
- **PERFILES ARMADOS O COMPUESTOS**

3.1.1.- PERFILES LAMINADOS

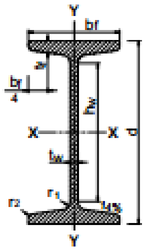
Los primeros son aquellos que vienen con la forma de “fabrica”, mientras que los segundos son armados con planchuelas y perfiles ángulos unidos entre sí con remaches y soldaduras.

La industria provee los denominados perfiles laminados con forma de doble T o U que presentan una distribución totalmente favorable para soportar los esfuerzos de flexión. Efectivamente, el “alejamiento” de las aéreas del eje baricientrico genera una sección con un gran modulo resistente en relación al área/peso/costo. Dada la universalización de estos perfiles, existen tablas (ver g.e 8) que dan los distintas características geométricas para los tamaños disponibles. Entonces, el dimensionado se obtiene directamente con la formula:

$$\mathbf{Wnec. = M / \sigma_{ad}}$$

Con este valor se busca en la tabla que tamaño de perfil tiene un modulo mayor al necesario y se lo adopta.

IPN según IRAM-IAS U 500-511

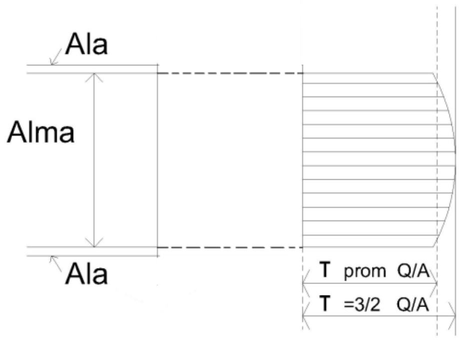


Ag = Área bruta de la sección transversal.
I = Momento de Inercia de la sección. respecto de los ejes principales.
$r = \sqrt{I/A}$ Radio de giro .
S = Módulo resistente elástico de la sección.
Q = Momento estático de media sección.
Z = Módulo plástico de la sección.

Designación	Dimensiones						Relaciones		Ag	Peso	X - X					Y - Y					
	d	bf	tf	hw	$tw=r_1$	r_2	bf/2tf	hw/tw			Ix	Sx	rx	Qx	Zx	Iy	Sy	ry	Qy	1,5.Sy	Zy
	mm	mm	mm	mm	mm	mm			cm^2	Kg/m	cm^4	cm^3	cm	cm^3	cm^3	cm^4	cm^3	cm	cm^3	cm^3	cm^3
80	80	42	5,9	59	3,9	2,3	3,56	15,1	7,57	5,94	77,8	19,5	3,20	11,4	22,8	6,29	3,00	0,91	2,46	4,50	4,93
100	100	50	6,8	75	4,5	2,7	3,68	16,7	10,6	8,34	171	34,2	4,01	19,9	39,8	12,2	4,88	1,07	4,02	7,32	8,04
120	120	58	7,7	92	5,1	3,1	3,77	18,0	14,2	11,1	328	54,7	4,81	31,8	63,6	21,5	7,41	1,23	6,12	11,12	12,24
140	140	66	8,6	109	5,7	3,4	3,84	19,1	18,2	14,3	573	81,9	5,61	47,7	95,4	35,2	10,7	1,40	8,85	16,05	17,70
160	160	74	9,5	125	6,3	3,8	3,89	19,8	22,8	17,9	935	117	6,40	68,0	136	54,7	14,8	1,55	12,28	22,20	24,55
180	180	82	10,4	142	6,9	4,1	3,94	20,6	27,9	21,9	1450	161	7,20	93,4	187	81,3	19,8	1,71	16,50	29,70	33,00
200	200	90	11,3	159	7,5	4,5	3,98	21,2	33,4	26,2	2140	214	8,00	125	250	117	26,0	1,87	21,58	39,00	43,16

Como ya se comento también será necesario ***verificar***, de acuerdo al perfil elegido, las ***tensiones de corte y la flecha admisible***.

En el caso de las tensiones de corte, para un perfil laminado doble T (el más utilizado para soportar esfuerzos de flexión) las tensiones tangenciales actúan principalmente en el llamado ***alma del perfil***



En este caso el área de la sección que absorbe lo esfuerzos de corte es solamente la del alma del mismo entonces:

$$\zeta_{med} = Q/A_{alma} < \zeta_{adm}$$

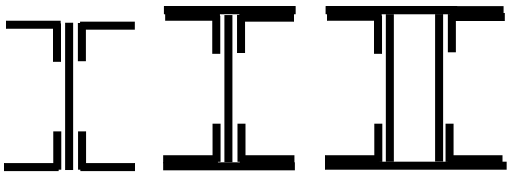
Entonces, para dimensionar un perfil metálico al corte deberá verificarse que la ζ_{med} no sobrepase la máxima admisible del acero ζ_{adm} (1050 kg/cm2) calculando el área del alma del perfil correspondiente como

$$A_{alma} = \text{espesor}_{alma} \times \text{altura del perfil}$$

Finalmente también deberá verificarse que la flecha de trabajo no sea mayor que la admisible

3.1.2.-PERFILES ARMADOS

Puede ocurrir, que, si el momento es muy grande, también resulte así el perfil laminado y que no exista, entonces es posible "armar" un perfil compuesto con el armado de perfileria menor



Para el dimensionado de estos perfiles no hay más remedio que proponerlos y verificarlos, es decir armar un determinado perfil, calcular su momento de inercia a través del teorema de Steiner simplificado, es decir que el J de la sección compuesta será:

$$J_{x\text{-}x} = A_1 \times d_1^2 + A_2 \times d_2^{\ 2} + A_3 \times d_3^{\ 2} + \ldots + A_i \times di^2$$

Donde Ai son las áreas de cada uno de los perfiles y di las distancias de estas áreas al baricentro de la sección compuesta.

Y finalmente calcular el modulo resistente como:

$$Wxx = Jxx / h/2$$

Luego se verificara que:

$$\sigma_{trab} = M / Wxx < \sigma_{adm} = 1400 \text{ kg/cm2}$$

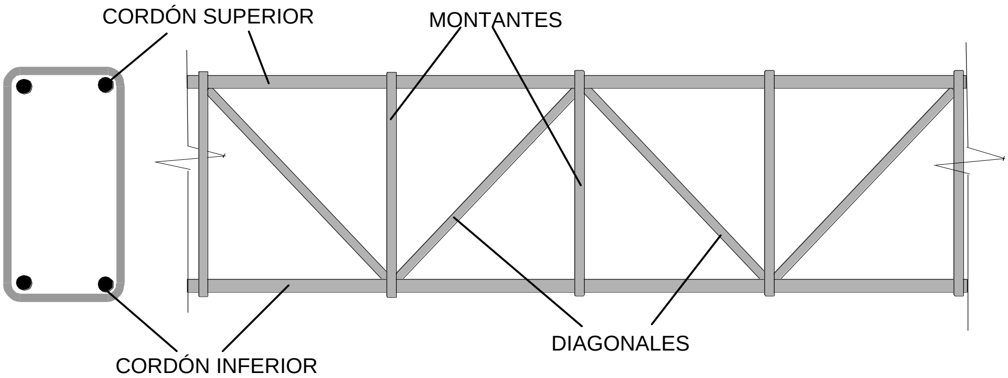
Asimismo deberá verificarse la tensión de corte actuante en el alma ly flecha máxima.

3.2.- VIGAS RETICULADAS O DE "ALMA HUECA"

Si bien los perfiles laminados y compuestos vistos hasta aquí, resisten muy bien las flexiones, a partir de determinada luz, pueden sufrir deformaciones (flechas) indeseables. Esta situación nos llevaría a recurrir a utilizar un perfil mayor (ya no "para resistir las cargas", sino para evitar "deformaciones excesivas"), lo que se traduce en un mayor peso propio del elemento estructural. Por lo expuesto, cuando se requiere cubrir luces importantes, se hace necesario alivianar la pieza. Este razonamiento lleva al diseño de vigas alivianadas y vigas reticuladas.

Básicamente, Las ***vigas alivianadas*** y las ***vigas reticuladas***, están constituidas por un cordón superior y un cordón inferior unidos entre ellos a través de barras verticales (montantes) y diagonales.

La figura siguiente muestra los elementos principales de una viga reticulada



Se suele llamar vigas alivianadas a aquellas que se materializan con hierro redondo, uniones soldadas y cubren luces pequeñas y medianas.

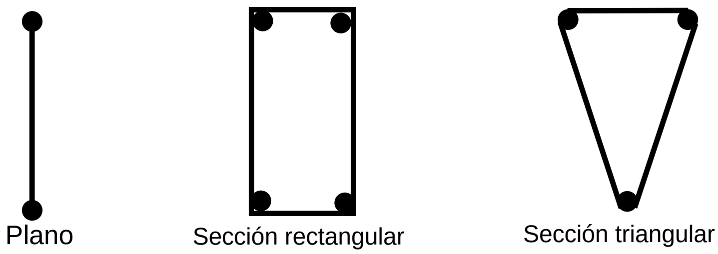
En cambio las vigas reticuladas se materializan con perfiles laminados, generalmente de sección ángulo o T, con conexiones mediante chapas de nudo (donde concurren las barras) y pueden presentar uniones abulonadas o soldadas. Se utilizan para luces medianas y grandes.

VIGA RETICULADA

La viga así determinada, tomará el esfuerzo de flexión trabajando los cordones superiores e inferiores a compresión y tracción, generando un momento resistente a través del brazo de palanca de la distancia que los separa (h).

El esfuerzo de corte de la viga en conjunto será absorbido mediante tracción y compresión, en los montantes y diagonales.

Pueden ser planas, cuando cargas y todas las barras se encuentran en un mismo plano o espaciales, en las que los cordones superior y/o inferior están formados por dos barras:



En las barras comprimidas (tanto del cordón comprimido como de alguna de las diagonales o montantes) aparecerá el efecto de pandeo mencionado en el punto. Para minimizar este efecto puede reducirse la distancia entre nudos, lo que disminuye la longitud de las barras y por lo tanto la luz de pandeo).

3.2.1.-DIMENSIONADO DE UNA VIGA RETICULADA O ALIVIANADA.

Dimensionar una viga reticulada significa, por un lado, establecer la geometría de la sección (alto y ancho) y, por otro, determinar la sección y forma de cada una de las barras que componen la viga.

El procedimiento exacto para el cálculo de las solicitaciones de tracción y compresión que actúan sobre cada una de las barras que componen una viga reticulada seria alguno de los vistos anteriormente en esta materia (Ritter, Cremona, Equilibrio de Nudos, etc.). Sin embargo, y en virtud, que, frecuentemente por cuestiones prácticas solo se calculan las barras más solicitadas y al resto se les pone la misma sección, es que se prefiere utilizar un método simplificado como el que se verá a continuación. Otra aproximación que se realiza es suponer a la carga actuante sobre la viga reticulada como uniformemente distribuida cuando en realidad actúa puntualmente sobre los nudos de la viga.

3.2.1.1.- PROCEDIMIENTO

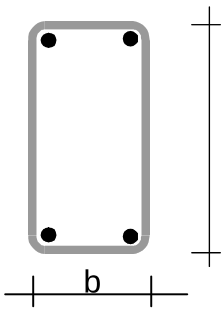
1.- **Predimensionado**.

Se pre adopta la altura h de la viga entre:

$h = L / 20$ a $L / 30$.

El ancho b puede tomarse como:

$b = h / 2$ a $h / 3$



Además, al diseñar una viga de reticulado, debe tenerse en cuenta que la separación entre montantes (s) debe ser menor o igual a la altura de la viga para reducir el pandeo del cordón superior comprimido. (El ángulo de inclinación de las diagonales entre 45° y 60°).

2.- **Análisis de cargas**.

Además de las cargas actuantes sobre la viga (consideradas como se adelanto en el párrafo inicial de este tema) se estima un peso propio no menor a 40 kg/m.

3.- **Cálculo de solicitaciones**.

De acuerdo a las condiciones de apoyo y diagrama de cargas se obtienen los diagramas de momento, reacciones y corte solicitantes

4.-**Dimensionado**.

Se describirá a continuación el dimensionado de los distintos elementos que componen una viga reticulada, destacando que a pesar que la viga en su conjunto está sometida a un momento flector y corte, cada elemento individual está sometido a esfuerzos axiles puros según cada caso:

- **CORDONES SUPERIOR E INFERIOR**.

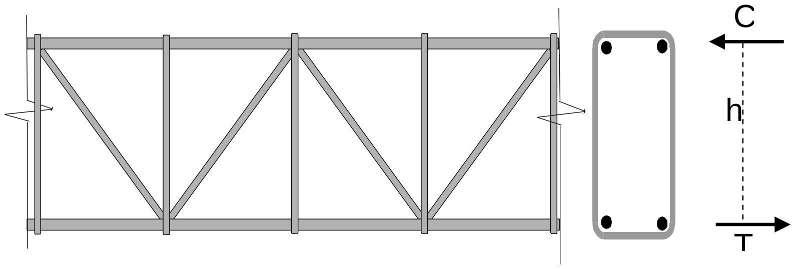
Generalmente y como se comento en esta introducción, y en forma simplificada solo se dimensionan las barras de los cordones mas solicitadas (donde el momento flector es maximo) y, del lado de seguridad, se coloca la misma seccion en el resto del cordon

El momento flector máximo exterior ($M_{MÁX}$) es equilibrado por un momento interior (M_{INT}). Este momento lo genera la cupla formada por la resultante de compresión (C), que actúa sobre el cordón superior y, la de tracción (T), en el cordón inferior. Por lo tanto:

$$M_{MÁX} = M_{INT}$$

$$M_{MÁX} = C * h = T * h$$

$$C = T = M_{MÁX} / h$$



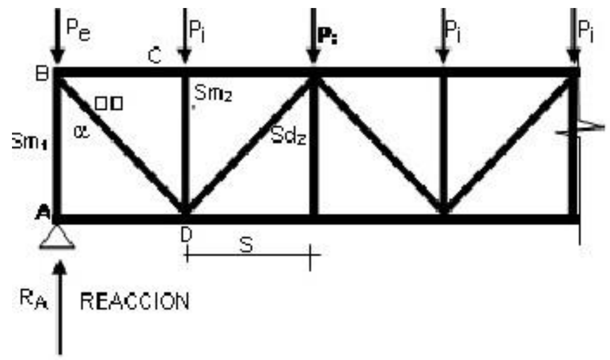
Con los valores de C y T (que son esfuerzos axiles) se dimensionan las barras de la forma vista en la g.e 9, pudiendo, si fuese necesario, “jugar” con las distancias entre montantes que significara modificar la luz de pandeo del cordón comprimido

- **MONTANTES Y DIAGONALES**.

En cuanto a los montantes y diagonales también estarán sometidas a tracción y compresión pura, de acuerdo a su distribución, y en su conjuntos absorben el esfuerzo de corte de la viga reticulada. Como este esfuerzo es máximo en los apoyos y a modo simplificado, solo se calculan entonces los esfuerzos axiles en las montantes y diagonales de estos apoyos y se extrapola el resultado al resto de los elementos estando del lado de la seguridad.

Como ya se dijo, montantes y diagonales toman el esfuerzo de corte. Este es máximo en los apoyo, por lo que, se dimensionan las barras próximas a los apoyos y con la misma sección se construyen todos los demás montantes y las diagonales de la viga.

El cálculo de los esfuerzos de las barras (montantes m y diagonales d) se realiza mediante ecuación de equilibrio de nudos vista en guías anteriores



Con los valores obtenidos de m y d (esfuerzos axiles), se dimensionan las correspondientes secciones de las diagonales y montantes S_d y S_m.

4.- FLEXION EN VIGAS DE MADERA

Reconociendo nuevamente, que la madera no tiene iguales resistencias ni elasticidad que un acero, dado que tienen en común su formación homogénea, el proceso del dimensionado de una sección de madera sometida a un momento flector es similar al visto en los puntos anteriores para elementos metálicos

Como particularidad, en el caso de las madera, si bien es posible obtener formas "armadas" distintas, usualmente la sección es rectangular y en tamaños acordes con lo disponible en el mercado

4.1.- TENSIONES ADMISIBLES Y MODULO DE ELASTICIDAD PARA DISTINTOS TIPOS DE MADERA

TABLA I

TENSIONES ADMISIBLES DE MADERAS (Kg/cm2)						
TIPOS DE MADERAS	***Corte***		***tracción***	***compr.***	***flexión***	**modulo elástico**
	//	L				
Maderas duras	20	90	150	150	150	150000
Maderas semiduras	15	80	100	80	100	100000
Maderas blandas Y resinosas	10	60	80	60	80	75000

4.2.- DIMENSIONADO

El dimensionado a flexión se realiza, con la ya vista formula del espejo, despejando el modulo resistente necesario:

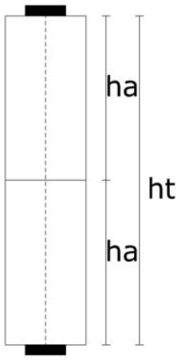
$$\mathbf{Wnec. = M / \sigma_{ad}}$$

La σ_{ad} es la correspondiente al tipo de madera utilizadas (blandas, semiduras, duras) de acuerdo a tabla del punto 4.1

Obtenido el valor de Wnec, se deberá buscar en tabla de escuadrías comerciales (ver g.e 8) la sección que mejor satisfaga las necesidades o bien, dada una base "b" determinada, despejar el "h" de la formula de Modulo Resistente para una sección rectangular recordando que:

$$\mathbf{Wx = b \times h^2 / 6} \qquad \text{o sea que} \qquad \mathbf{hnec = \sqrt{Wx \times 6 / b}}$$

Puede darse el caso que el momento flector tan grande que el resultado anterior sobrepase las escuadrías comerciales. De ser así, puede recurrirse a las llamadas secciones compuestas, consistentes en la unión de dos o más secciones comerciales.



Optando por esto, se deberá asegurar la efectividad de la unión, ya que no es lo mismo el funcionamiento de una sección vinculada monolíticamente, con el de una en que las partes puedan deslizarse entre sí ante la acción de una fuerza.

Estas uniones se realizan con pernos, pasantes o mediante el encolado (vigas laminadas).

4.3.- VERIFICACION DE LAS TENSIONES DE CORTE

Como Se ha venido comentando, las vigas flexadas también están sometidas a esfuerzos de Q, que en una sección rectangular producen una tensión máxima (en la parábola) de

$$\zeta_{max} = \mathbf{1.5\ Q/área}$$

Siendo razonable adoptar para los cálculos un valor medio de:

$$\zeta_{prom} = \mathbf{Q/área}$$

Este valor de ζ_{prom} o ζ_{trab} deberá compararse o verificarse con la $\zeta_{admisible}$ del material

Este valor, deber ser menor que el valor considerado admisible, que para la madera según sea su tipo, puede ser tomado de la Tabla correspondiente (ver g.e 8). Como la tensión de corte actúa simultáneamente en los dos sentidos (vertical y horizontal) para esta verificación debe tomarse la tensión tangencial más desfavorable es decir con las fibras paralelas al eje longitudinal de la pieza, entonces la tensión tangencial a verificar será la menor de las dos posibles.

En general, el esfuerzo rasante en vigas de secciones rectangulares es menor que el admisible cuando esas secciones son dimensionadas a flexión, pero es fundamental conocer el valor cuando se acoplan más de una sección (secciones compuestas) ya que es aquí donde es absorbido por los bulones o el sistema de unión.

4.4.- VERIFICACION DE FLECHA MAXIMA

De la misma forma vista en perfiles de hierro, también es necesario verificar que la flecha máxima no supere la admisible. En el caso particular de las maderas esto es fundamental, ya que frecuentemente se termina dimensionando el tirante o viga por cuestiones de deformación más que por rotura por flexión.

$$\mathbf{f\ max = K\ .\ q\ .\ l^4 / E\ .\ J}$$

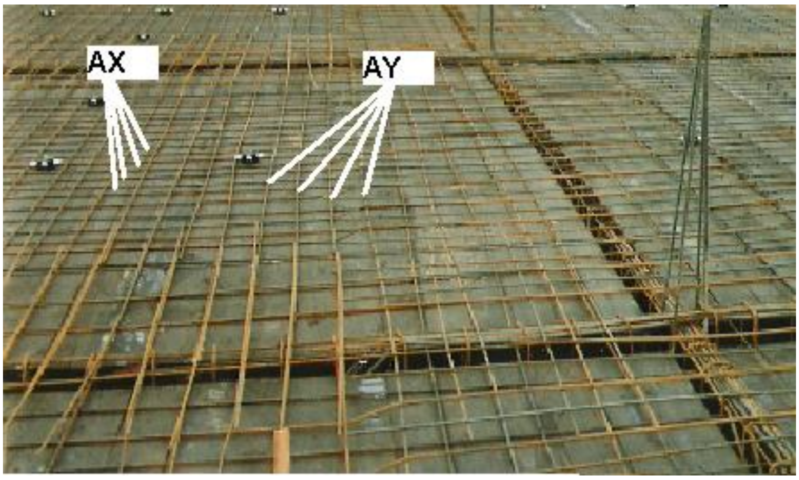
En la formula de la flecha máxima deberá reemplazarse el modulo de elasticidad por correspondiente a la madera utilizada

5.- FLEXION EN HORMIGON ARMADO

A diferencia de los materiales homogéneos recién vistos, el hormigón armado es un material heterogéneo formado por hormigón por un lado y hierro o armadura por otra, esta última con la función principal de soportar los esfuerzos de tracción que el hormigón no es capaz de soportar.

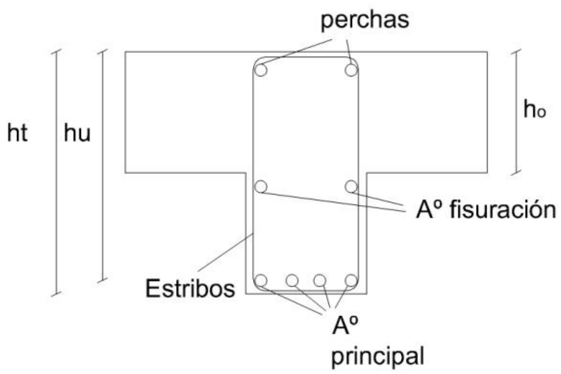
En una estructura de hormigón armado existen dos elementos que por sus características soportan esfuerzos de flexión: las losas y vigas, ya que ambas coinciden en recibir cargas perpendiculares a su plano o eje:

Se define ***losas*** a los elementos planos, en los que dos de sus dimensiones predominan sobre la tercera, (el espesor), cargados perpendicularmente a su plano medio. Las losas reciben las cargas llamadas "útiles" y las transmiten a sus apoyos, que son las vigas.

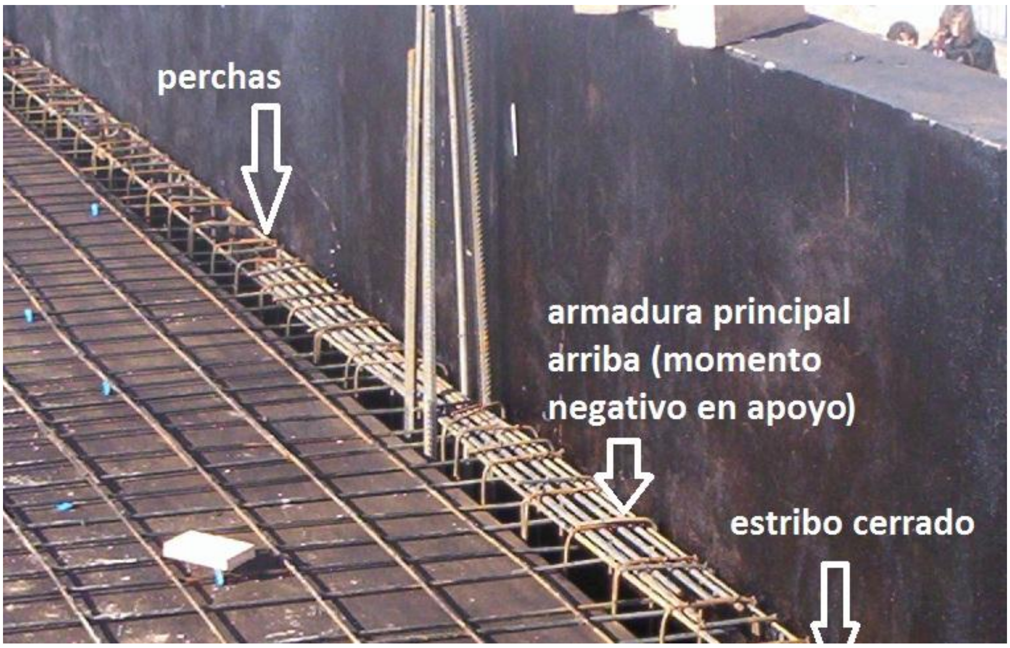


Las vigas en cambio son elementos estructurales lineales, es decir que una de las dimensiones, la longitud (luz entre apoyos (columnas)), predomina sobre las otras dos: el ancho y la altura. Habitualmente reciben las reacciones de las losas que sobre las vigas apoyan y las mamposterías superiores que sobre ellas apoyan.

Geométrica y resistentemente una viga está compuesta de los siguientes elementos:

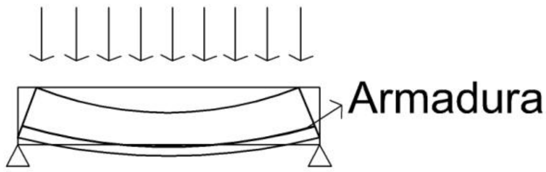


La armadura principal es la encargada de absorber las tracciones producidas por el momento flector (abajo si el momento es positivo, arriba si es negativo).
Los estribos son anillos cerrados encargados de toma el esfuerzo de corte.
Las perchas son armadura secundaria donde cuelgan los estribos.



5.1.- DIAGRAMA DE TENSIONES DE UNA SECCION DE HORMIGON ARMADO SOMETIDA A FLEXION

Sea una viga de hormigón armado sometida a una carga que le provoca una flexión



VIGA DE HORMIGON ARMADO SOMETIDA A FLEXION

En una sección cualquiera, por efecto del momento flector, algunas fibras se acortaran y otras se alargaran. Y de la misma manera vista para un material homogéneo, se transforman las deformaciones del hormigón en tensiones con el diagrama tensiones/deformaciones simplificado comentado en el punto 2.1.

En el caso particular del hormigón las "fibras alargadas" en realidad se fisuran por la ya comentada poca resistencia del material a los esfuerzos de tracción.

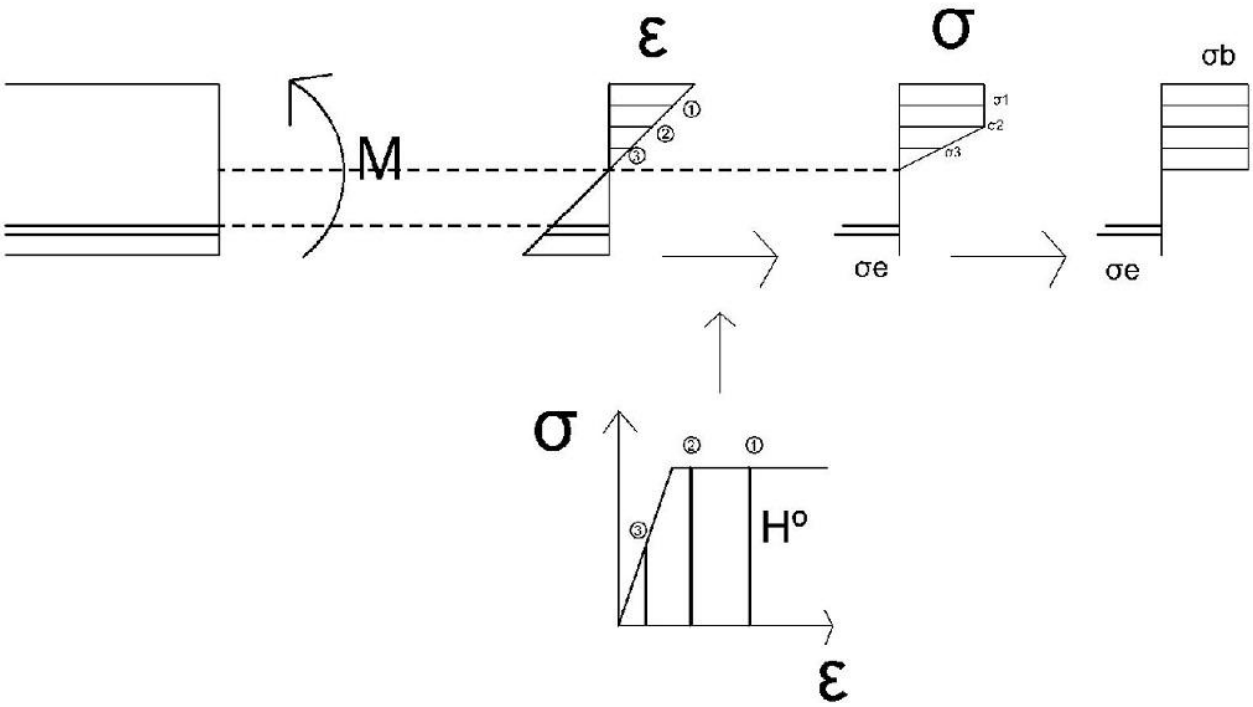


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES Y TENSIONES PARA UNA SECCION DE HORMIGON ARMADO SOMETIDA A FLEXION

En la parte C de la figura se simplifica el diagrama de tensiones del hormigón por uno de forma rectangular. En otras palabras se supone que si bien cada fibra tiene un acortamiento propio y diferente, por la "plasticidad" del hormigón, este transforma estos diferentes acortamientos en únicas e iguales tensiones

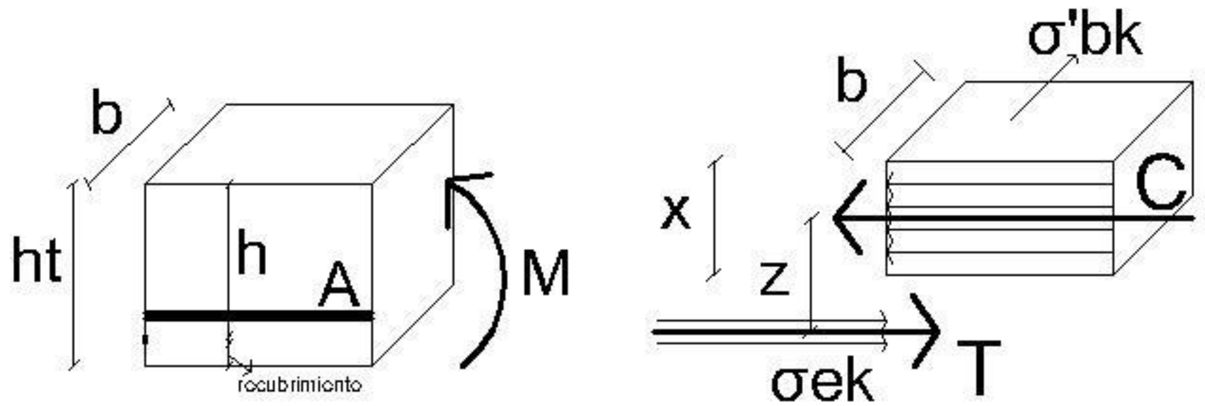
5.2.- DIMENSIONADO DE UNA PIEZA DE HORMIGON ARMADO SOMETIDA A FLEXION.

Para facilitar el dimensionado de un elemento de hormigón armado sometido a flexión, se enumeran a continuación una serie de hipótesis necesarias que permitirán simplificar el mismo

- Se desprecia totalmente la poca resistencia a tracción que aporta el hormigón
- Toda la tracción es absorbida por el acero
- Se supone que el hormigón presenta una diagrama rectangular de tensiones o que tiene todas sus fibras comprimidas plastificadas

5.2.1.- NOMENCLATURA

En la figura siguiente se puede observar la sección de una viga de hormigón armado sometida a un momento flector y las tensiones reactivas actuantes



NOMENCLATURA DE GEOMETRIA Y TENSIONES EN UNA SECCION DE HORMIGON ARMADO SOMETIDA A UN MOMENTO M

Quedan así definidos los siguientes parámetros geométricos y resistentes

- C = Fuerza resultante de compresión del hormigón
- T = Fuerza resultante de tracción del acero
- ht = altura total de la sección
- hu o simplemente h = altura útil, desde la armadura hasta el tope del hormigón
- r = recubrimiento, altura del hormigón que recubre la armadura e igual a ht – hu
- b = ancho de la sección
- z = brazo de palanca entre C y T
- x = altura del hormigón comprimido o profundidad del eje neutro
- M = momento exterior actuante en la sección
- σ_{ek} = tensión del acero
- σ'_{bk} = tensión del hormigón

5.2.2.- ECUACIONES DE EQUILIBRIO:

Con el fin de dimensionar la sección se plantean entonces las siguientes ecuaciones de equilibrio de momentos y fuerzas (ver nomenclaturas en punto anterior)

5.2.2.1.-EQUILIBRIO DE MOMENTOS:

Planteando el equilibrio respecto al punto o se tiene que

$$\Sigma M_o = T \cdot z = M$$

O sea que:

$$A \cdot \sigma_{ek} \cdot z = M$$

Suponiendo que el brazo de palanca se impone o conoce entonces:

$$A_{nec} = M / \sigma_{ek} \cdot z$$

La formula anterior no tiene en cuenta ningún tipo de coeficiente de seguridad, ya que como se comento anteriormente el valor σ_{ek}, característico, es un valor de rotura, entonces lo que se hace es "agrandar" la solicitación o momento flector externo a través de un coeficiente de mayoracion, obteniendo el momento último:

$$Mu = M \cdot \gamma$$

Finalmente, entonces:

$$A_{nec} = M \cdot \gamma / \sigma_{ek} \cdot z \quad (*)$$

De la formula anterior son conocidos o datos:

M Momento máximo actuante en la viga)

γ coeficiente de mayoracion del momento o coeficiente de seguridad (depende del reglamento vigente pero se puede tomar 1,75

σ_{ek} tensión caracterisitca o "de rotura" del acero utilizado 4200 kg/cm^2 ,

Por lo tanto para hallar la A_{nec}, hay que conocer el brazo de palanca z. Este dependerá de la ***altura hu*** de la viga y de la profundidad del eje neutro

DETERMINACION DE LA ALTURA UTIL (hu)

La hu se predeterminara por condiciones "reglamentarias" o "habituales" de baja deformabilidad

$$hu = L / c$$

Donde:

hu: *altura útil de la viga*, desde la armadura hasta la fibra comprimida más alejada (borde superior).

L: *luz de cálculo* (que en principio se puede tomar como la distancia entre ejes de columnas, aunque depende de otros factores)

c: ***coeficiente*** que depende de las condiciones de borde. Los valores pueden tomarse del **Cuadro I** (fila 1) para que las deformaciones de la viga no sobrepasen los valores máximos admisibles.

De todas formas en la práctica es conveniente utilizar los valores indicados en la fila 2 para que los resultados obtenidos sean aceptables económicamente.

CUADRO 1

	Simplemente apoyada	Un extremo continuo	Ambos extremos continuos	Voladizo
Valores mínimos por deformación	1/16	1/22	1/25	1/8
Valores mínimos recomendados	1/10 a 1/12	1/12 a 1/15	1/14 a 1/16	1/5 a 1/8

Una vez obtenida la altura útil, le sumamos el recubrimiento y obtenemos la altura total de la viga:

ht = hu + recubrimiento

DETERMINACION DEL BRAZO DE PALANCA Z Y LA PROFUNDIDAD DEL EJE NEUTRO X

El ***z o brazo de palanca se supondrá = a 0,90 h*** por lo que la profundidad del eje neutro se supondrá en una primer instancia = a 0,20 de hu (20%). Esta suposición se verificara con la siguiente ecuación de equilibrio.

5.2.2.2.- EQUILIBRIO DE FUERZAS:

$$\Sigma F = 0$$

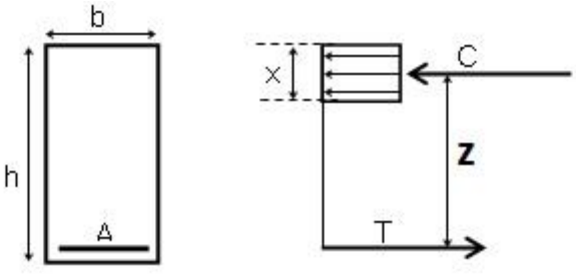
$$T = C$$

$$A .\ \sigma_{ek,} = B .\ \sigma'_{bk} = x .\ b .\ \sigma'_{bk}$$

Entonces:

$$x = A .\ \sigma ek \ / \ b .\ \sigma' bk$$

Todos los parámetros de la formula anterior son conocidos por lo cual es posible calcular x. Para que todas las suposiciones sean correctas, el valor de x obtenido, debe ser inferior a 0,2 h. Si el valor de x encontrado es mayor, resulta que la suposición que z = 0,90 h es errónea, entonces se recalcula la armadura (formula (*)) con z = 0,85 h, y se verifica que x sea > a 0,30.h. Efectivamente de la figura e tiene que:



x = 2 . (h – z)

Por ejemplo Si z = 0,9 h queda

x = 2 . (h – 0,9 h) = 2 . 0,10 h = 0,20 h

Si, nuevamente, el valor de x no verifica se vuelve a recalcular con z = 0,80 y comprobando el nuevo x y así sucesivamente hasta un máximo posible de x de 0,50. Si las verificaciones superaran este valor debe redimensionarse la altura de la viga ya que el eje neutro no puede superar la mitad de la sección (la otra mitad esta traccionada y no toma compresiones)

5.2.2.3.- CUANTIAS

Se denomina cuantía de una sección a la cantidad de acero en relación a la cantidad de hormigón, y hay dos tipos:

- **Cuantía geométrica $\omega_0 = A/B = A/ b.h$**
- **Cuantía mecánica $\omega = FA/FB = A .\sigma_{ek} / B. \sigma'_{bk}$**

Donde FA y FB son las fuerzas actuantes en el acero y hormigón respectivamente.

Con la idea de asegurarse, ante una eventual rotura que esta “avise” antes de producirse, los reglamentos imponen cuantías mecánicas máximas y mínimas, es decir que la armadura mínima y máxima que deberá tener una determinada sección de hormigón es:

$$A_{MIN} = \omega_{MIN} . B . \sigma'_{bk} / \sigma_{ek}$$

$$A_{max} = \omega max . B . \sigma'_{bk} / \sigma_{ek}$$

El concepto de cuantía o armadura mínima por cuantía, es que por más que “no lo pida” la sección tiene que tener una cantidad mínima de armadura que asegure una rotura dúctil y plástica como la del acero en fluencia y no frágil como la del hormigón

El valor generalmente adoptado por algunos reglamentes es de

$$\omega_{MIN} = 0.05$$

Es decir

$$A_{MIN} = 0.05 . B . \sigma'_{bk} / \sigma_{ek}$$

En cuanto a la cuantía máxima si llegase a haber mucha armadura en relación a la cantidad de hormigón la viga rompería estando el acero en el periodo elástico y no “avisaría” al momento de romperse

En este caso el valor generalmente adoptado por los reglamentes de

$$\omega_{MAX} = 0.5$$

Es decir

$$A_{MAX} = 0.5 . B . \sigma'_{bk} / \sigma_{ek}$$

Si la armadura por calculo diera menor que la mínima debería adoptarse esta última. Y si fuese mayor que la máxima habría que redimensionar la sección.

5.3.- ELECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, la armadura necesaria en cm², será colocada en la viga mediante barras redondas de acero conformado ADN420

En la cantidad adecuada para satisfacerla, teniendo la precaución de utilizar como armadura principal

2 barras como mínimo
Tamaños mayores a fi del 8
Armadura mínima 3 fi del 8 o 2 fi del 10

La tabla siguiente facilita la elección de los diámetros y cantidades adecuadas para satisfacer la armadura necesaria

Diám. nominal	Perim. nominal	Peso nominal	Peso por barra 12m	Secciones nominales / número de barras										ø mandril de doblado mínimo (1)
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
mm	cm	kg/m	kg	cm2										cm
6	1.88	0.222	2.6	0.28	0.56	0.85	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	2.83	2.40 (4ø)
8	2.51	0.395	4.8	0.50	1.00	1.51	2.01	2.51	3.01	3.52	4.02	4.52	5.03	3.20 (4ø)
10	3.14	0.617	7.4	0.79	1.57	2.36	3.14	3.93	4.71	5.50	6.28	7.07	7.85	4.00 (4ø)
12	3.77	0.888	10.7	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	10.18	11.31	4.80 (4ø)
16	5.03	1.58	18.9	2.01	4.02	6.03	8.04	10.05	12.06	14.07	16.08	18.10	20.11	6.40 (4ø)
20	6.28	2.47	29.6	3.14	6.28	9.42	12.57	15.71	18.84	21.99	25.14	28.27	31.42	14.00 (7ø)
25	7.85	3.85	46.2	4.91	9.82	14.73	19.64	25.55	29.46	34.37	39.28	44.19	49.10	17.50 (7ø)
32	10.1	6.31	75.7	8.04	16.08	24.13	32.17	40.21	48.26	56.30	64.34	72.38	80.42	22.40 (7ø)
40	12.6	9.86	118.0	12.57	25.13	37.70	50.26	62.83	75.40	87.96	100.53	113.12	125.66	-

5.4.- RESUMEN PARA EL DIMENSIONADO DE UNA SECCION DE HORMIGON ARMADO SOMETIDA A FLEXION

Se indica a continuación un resumen del procedimiento general a adoptar para el dimensionado de una sección de hormigón armado sometida a un momento flector:

1.- Predimensionar hu (altura útil) por criterio de baja deformación

2.- Calcular la armadura A con la formula $\mathbf{A_{nec} = M\ .\ \gamma\ /\ \sigma_{ek.}\ z}$ adoptando z = 0.90 h

3.- Verificar con $\mathbf{x = A.\ \sigma ek}\ /b.\ \sigma'bk$ x < 0,20 h si z = 0.9 h

4.- Si no es así, re calcular la armadura con z = 0.85h y verificar que x < 0,30 h, y así siguiendo hasta un máximo de x = 0.50 h. Después de esto debería redimensionarse la sección de hormigón

5.- Verificar cuantías mínimas y máximas entre 0.05 y 0.5.

6.- Elección de cantidad y diámetro de Armadura necesaria

5.5.- DIMENSIONADO AL CORTE