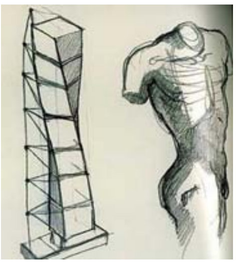


UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC TP1	Cátedra: **ESTRUCTURAS – NIVEL 1**		
	Taller: VERTICAL I – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	Trabajo Práctico Nº1: Fuerzas		
Curso 2017	Elaboró: Ing. Pedro Orazzi	Revisión: 0	Fecha: Marzo 2017

Objetivos

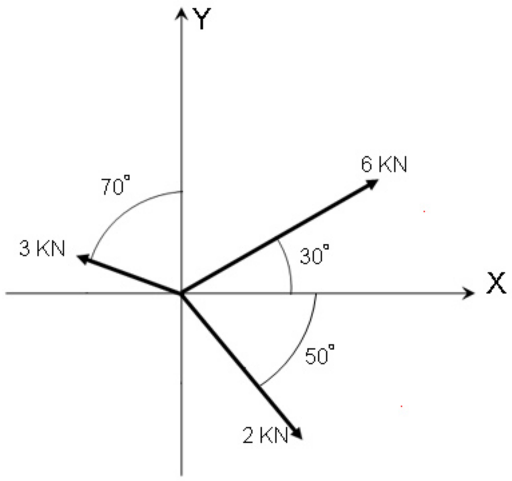
- Introducir el concepto de fuerza y sus características como vector.
- Realizar trabajos de composición y descomposición de fuerzas de forma grafica y analítica.
- Desarrollar y ejemplificar el uso de sistemas gráficos y analíticos, para el trabajo con sistema de fuerzas.

SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES

Ejercicio nº 1:

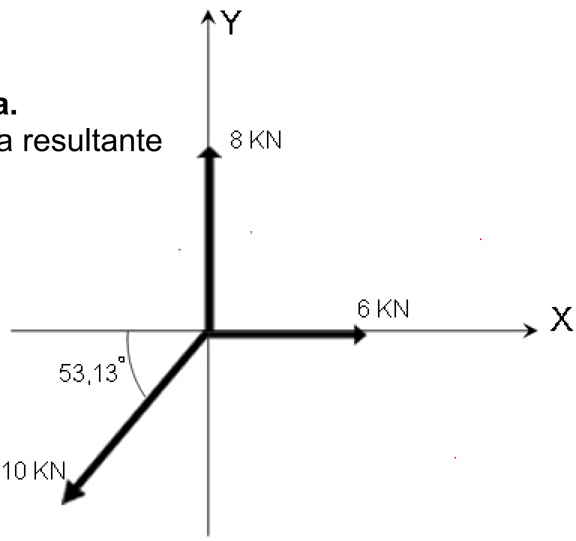
a) Resolución en forma analítica.
Dados los siguientes sistemas de fuerzas concurrentes hallar la resultante.

Sin escala
a1)



Rta:
a1) R= 4,42 KN, α= 34,22°

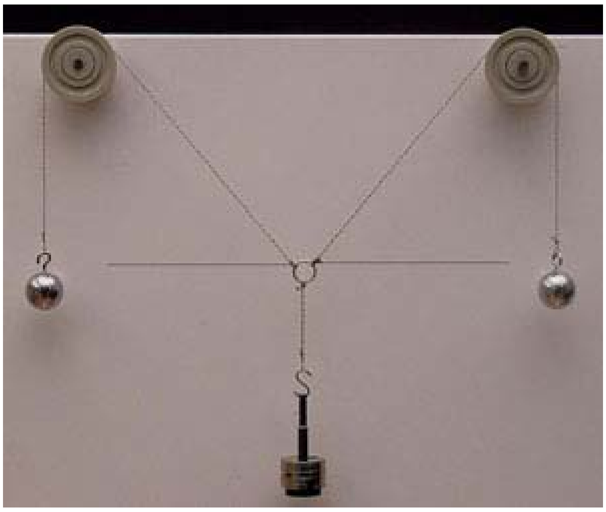
b) Resolución de forma analítica y gráfica.
Dado el siguiente sistema de fuerzas hallar la resultante



Rta:

b) R_x= 0 KN, R_y= 0 KN, R= 0 KN

Imágenes ilustrativas de sistemas de fuerzas concurrentes.



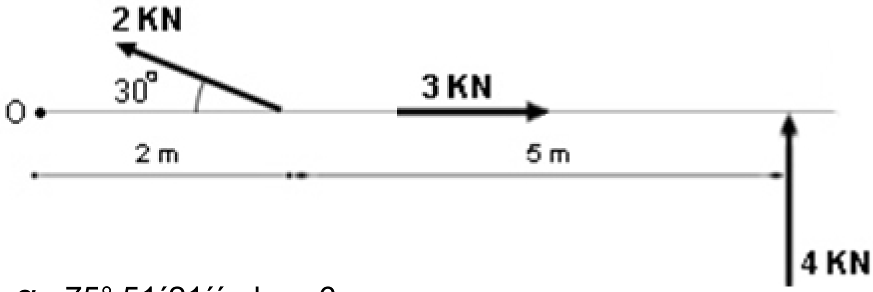
SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES

Ejercicio nº 3:

a) Resolución en forma analítica.

Obtener en los siguientes casos: la magnitud de resultante, el ángulo de inclinación y la distancia a la cual actúa desde el punto O.

Sin escala

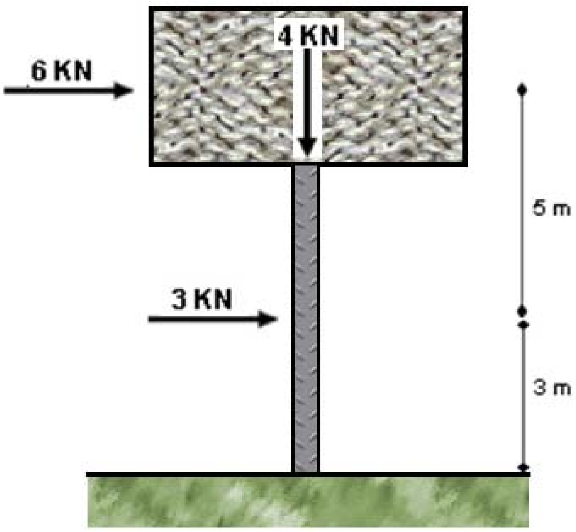


Rta:

R = 5,15 KN, α= 75° 51´21´´, dr_x = 6 m

b) Resolución en forma analítica

Resolver analíticamente el siguiente sistema de fuerzas no concurrentes, debiendo hallar: la resultante, su ángulo y la distancia al punto O.



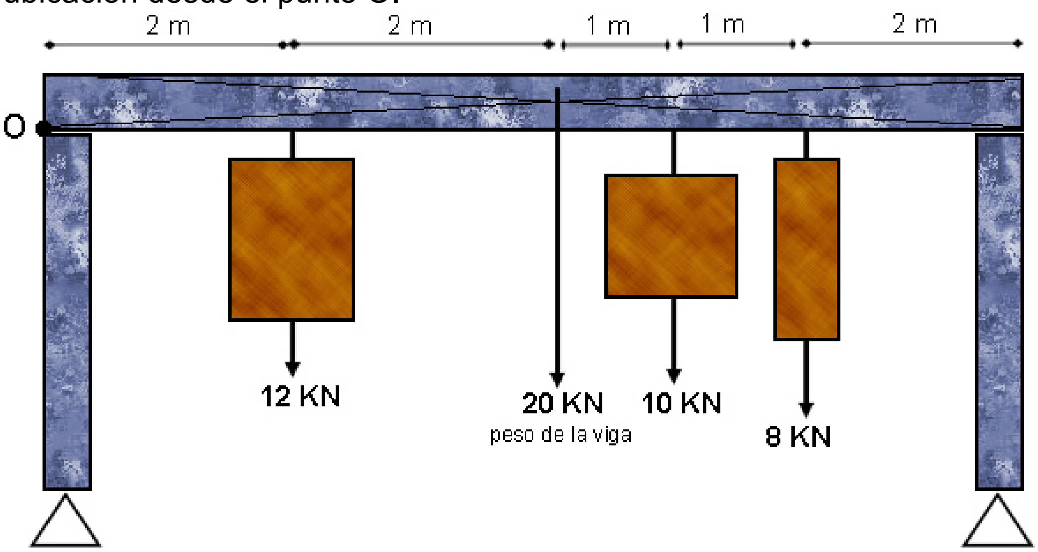
Rta:

R = 9,84 KN, α= -23° 57´44´´, dr_x = 14,25 m

SISTEMA DE FUERZAS PARALELAS

Ejercicio nº 4:
Resolución en forma analítica.

Dada una viga de peso total de 20 KN la cual se encuentra apoyada en sus 2 extremos, tiene colgados 3 pesos de 12 KN, 10 KN y 8 KN respectivamente en las posiciones que se indican en la figura.
Calcular la fuerza que puede suplantar a las fuerzas actuantes del sistema y su ubicación desde el punto O.



Rta:

R = 50,00 KN, α= 90°, dr = 4,04 m

Imagen ilustrativa de sistemas de fuerzas paralelas.

Cuestionario

Fuerzas

1. ¿Qué es una fuerza?
2. ¿Qué elementos la componen?
3. ¿Qué unidad puede poseer?
4. Graficar una fuerza, con sus elementos.

Sistema de fuerzas

5. Indicar las definiciones correctas, uniendo con flechas.

Sistema de fuerzas	Definición
Paralelas	Las rectas de acción se cortan en un pto
Concurrentes	Las rectas de acción se cortan en el infinito
No concurrentes	Las rectas de acción se cortan en mas de un pto

6. Completar el siguiente cuadro.

	CONDICIONES DE EQUILIBRIO	
	GRAFICAS	ANALITICAS
NO CONCURRENTES		
CONCURRENTES		
PARALELAS		

Fuerza

Definirla no es fácil, pero se simplifica la cuestión si en lugar de hablar de ella nos remitimos a los efectos que ellas causan sobre los cuerpos, así podemos decir que es la representación de los hechos reales que le ocurren a los espacios arquitectónicos, y en particular a los "esqueletos" o estructuras que la sustentan. En general estos hechos son representados por las **CARGAS**.

Elementos que definen la FUERZA

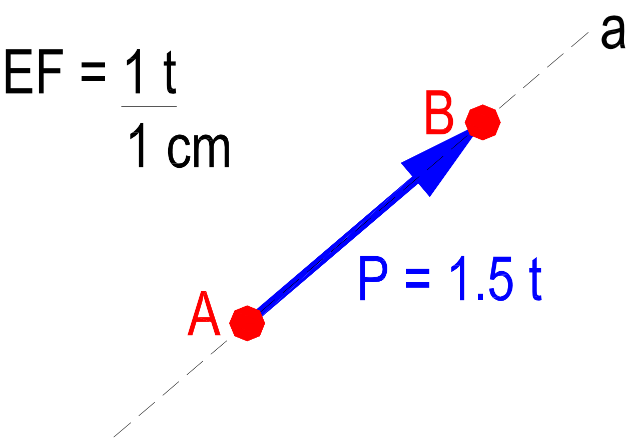
1- RECTA DE ACCION, también llamada directriz, se designa como (a).

2- MAGNITUD O INTENSIDAD, cuanto vale? y se designa con el vector AB.

3- SENTIDO (hacia donde), Y lo indica la flecha del vector representativo.

4- PUNTO DE APLICACIÓN (B), donde concretamente esta aplicada la fuerza.

Dibujo nº 1



ESCALA DE LONGITUDES

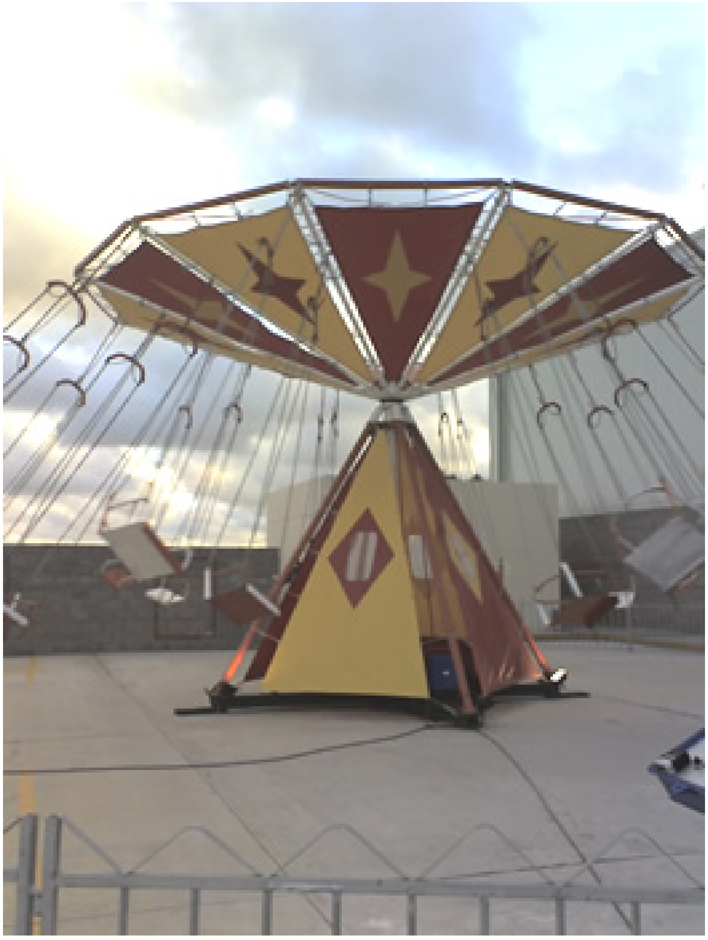
Permite representar hechos reales con una determinada proporción grafica.

ESCALA DE FUERZAS

Permite representar una fuerza con una longitud determinada en proporciones preestablecidas.

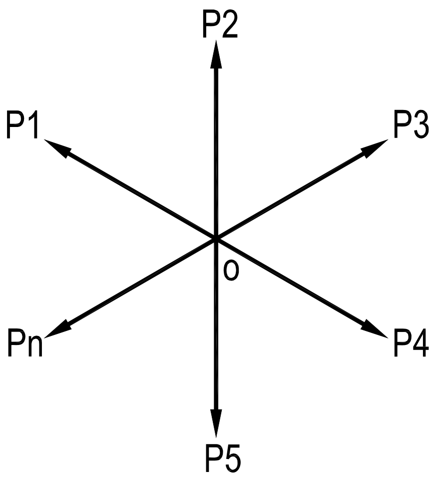
CLASIFICACION DE SISTEMAS DE FUERZAS

1. ***CONCURRENTES:*** son aquellos cuyas rectas de acción se cortan en un punto único. Como ejemplo podemos citar el de las sillas voladoras en el parque de diversiones.



Dibujo n°2

Dibujo nº 3

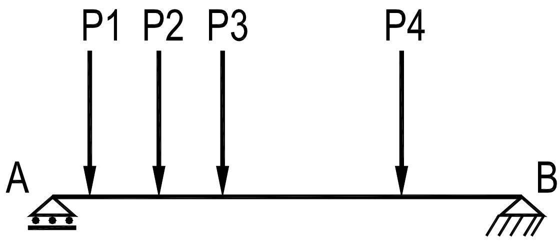


También se puede mencionar como ejemplo de fuerzas concurrentes el anillo sobre el que se fijan los cables de la siguiente estructura.

Dibujo n° 4

Cuando tenemos un sistema de FUERZAS PARALELAS como podrían ser la totalidad de las cargas de gravedad de un edificio cualquiera, podríamos decir que las mismas se cortan en un punto impropio, es decir en el infinito y ese es el punto de convergencia, por lo tanto seria un caso particular de FUERZAS CONCURRENTES.

Dibujo nº 5



Ejemplos de fuerzas paralelas: La reacción de cada escalón sobre el muro de hormigón que la sustenta.

La tirantería de madera que sustenta el techo y que apoya sobre el encadenado.(no a la vista)

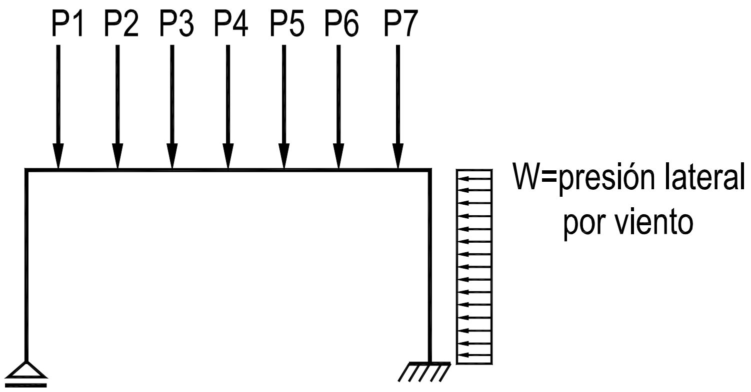
Otro sistema de fuerzas que podemos encontrar es el de COLINEALES, que también pueden considerarse como un caso particular de concurrentes.

La resultante de los mismos es directamente la suma algebraica de las fuerzas componentes. (Respetando el signo que tenga cada una).Como ejemplo citamos la cinchada.

Dibujo n°6

2. ***NO CONCURRENTES:*** Dado un edificio que por su ubicación geográfica se ve sometido a la acción del viento, y por supuesto a todas las cargas originadas por su propio peso (permanentes), como así también a las originadas por su sobrecarga propia del destino para la que fue construida (accidental) entre todas conforman un sistema no concurrente.

Dibujo n°7



ELEMENTOS FUNDAMENTALES DE LA ESTATICA

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo rígido, ocurrirán sobre él tres efectos fundamentales.

A- UN DESPLAZAMIENTO DEL CUERPO:

El cual deberá estar previamente en reposo y destrabado en sus posibilidades de movimiento.

Este fenómeno será estudiado por LA ESTATICA.

B- UN CAMBIO DE VELOCIDAD DEL CUERPO:

Cuando un cuerpo se encuentra en movimiento al aplicarle una fuerza generaremos

Un cambio de velocidad, este fenómeno es estudiado por LA DINAMICA.

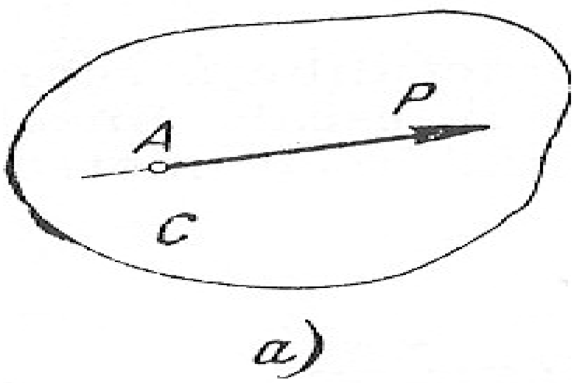
C- ***DEFORMACION DEL CUERPO***

La relación entre las deformaciones que puedan ocurrir por aplicación de fuerzas es estudiada por la RESISTENCIA DE MATERIALES.

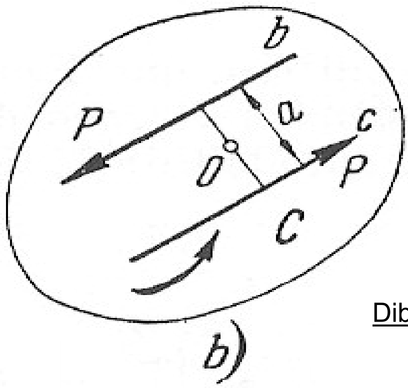
Hecho este cuadro de situación entre la acción de fuerzas y sus consecuencias nos situaremos dentro de la ESTÁTICA en nuestros primeros pasos del estudio de las estructuras y las acciones que sobre ellas se ejercen.

Cuando aplicamos una fuerza P a una chapa cuya recta de acción sea contenida por la chapa (coplanares) se genera un movimiento cinemático llamado TRASLACION, que se desarrolla en la dirección de la recta de acción.

Dibujo nº 8

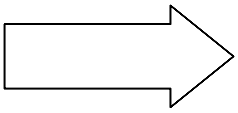


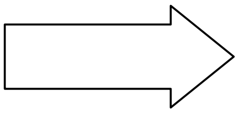
Cuando aplicamos un par de fuerzas paralelas de igual intensidad pero de sentido contrario y separadas por una distancia a si la chapa esta articulada en O, se denominara a esta acción como cupla , y su consecuencia cinemática será una ROTACION alrededor del punto O.



Dibujo nº 9

El objetivo de la estática es contrarrestar los efectos cinemáticos de:

FUERZAS  TRASLACIONES

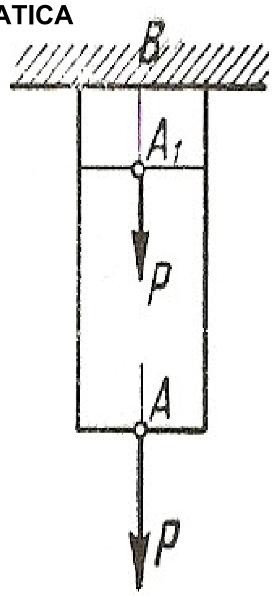
CUPLAS  ROTACIONES

Si este objetivo se logra alcanzaríamos una situación deseada y buscada no solo en la estática sino ya en la arquitectura en general como es la situación de: **EQUILIBRIO**

OPERACIONES DE LA ESTATICA O PRINCIPIOS DE LA ESTATICA

A- TRASLACION DE UNA FUERZA

Cuando se trata de un sólido rígido el efecto cinemático
De una fuerza sobre un cuerpo no cambia aunque
Cambiemos la posición del punto de aplicación,
Siempre y cuando este corrimiento se produzca
Sobre la recta de acción.

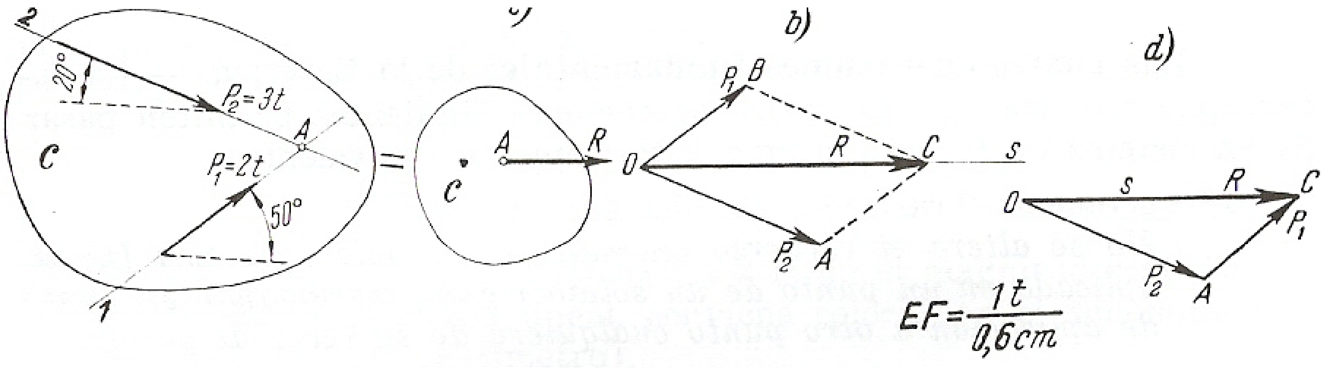


Dibujo nº10

B- SUSTITUCION DE DOS FUERZAS POR OTRA (RESULTANTE)

También llamado método del paralelogramo. Si reemplazo dos fuerzas concurrentes por otra que es la diagonal del paralelogramo construido como muestra la figura se puede decir que la resultante así obtenida genera un efecto cinemático equivalente sobre el cuerpo, siendo indistinta la aplicación del sistema conformado por las fuerzas P1 Y P2 O R. Se dice que los sistemas de fuerzas (P1 y P2), por un lado y el sistema formado por R por el otro, son sistemas de fuerzas equivalentes.

DIBUJO Nº11

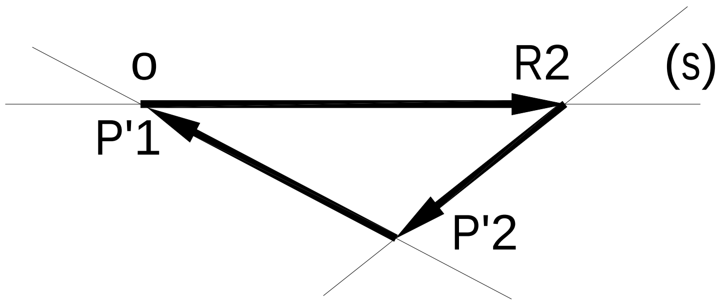


El paralelogramo en una situación simplificada puede ser reemplazado por el diagrama vectorial que es uno de los triángulos que conforman el paralelogramo.
Podemos sintetizar que P1 y P2 son fuerzas componentes de R según las direcciones 1 y 2.
Cuando el polígono vectorial es abierto significa que el sistema de fuerzas actuante admite una resultante. Siendo el origen de la misma el punto “O” y “C” su extremo.
Obtuvimos de la resultante en forma gráfica:

a) El sentido
b) La intensidad
c) La dirección o recta de acción (s)

Luego si trasladamos la recta s según una paralela que pase por “A” (Punto de Concurrencia de P1 y P2)
Aprovechamos que definimos a P1 y P2 como componentes de R y podemos decir que si las mismas fueran exactamente iguales pero de sentido contrario las denominaremos equilibrantes, pues en su conjunto formaran un vectorial cerrado.

Dibujo nº 12



Tendrá validez la operación inversa, donde dada una fuerza la misma podrá descomponerse en dos direcciones que se establezcan, obteniéndose así un sistema de dos fuerzas equivalente al original.

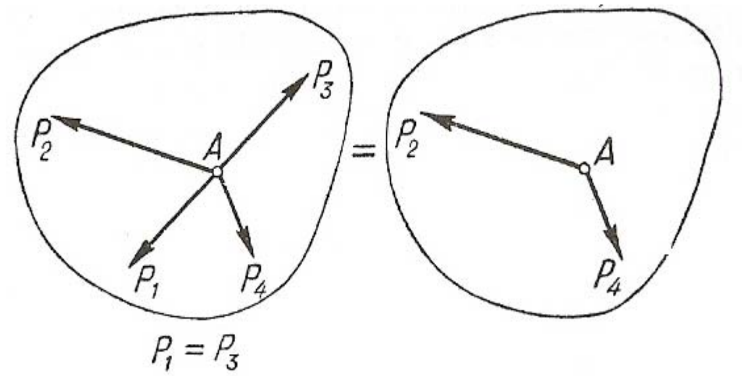
OBTENER RESULTANTE………COMPOSICION DE FUERZAS

OBTENER COMPONENTES……DESCOMPOSICION DE FUERZAS

C- INCORPORACION DE BIFUERZAS

Por aplicación de lo desarrollado en el punto “B” puedo decir que dos fuerzas iguales en magnitud y dirección pero de sentido contrario van a tener una resultante nula y si denominamos a este par de fuerzas P1 y P2 así descriptos como BIFUERZA podemos afirmar que la incorporación de una bifuerza aplicada a un cuerpo no modificara su resultante y en consecuencia tampoco el efecto cinemático sobre el cuerpo al ya existente

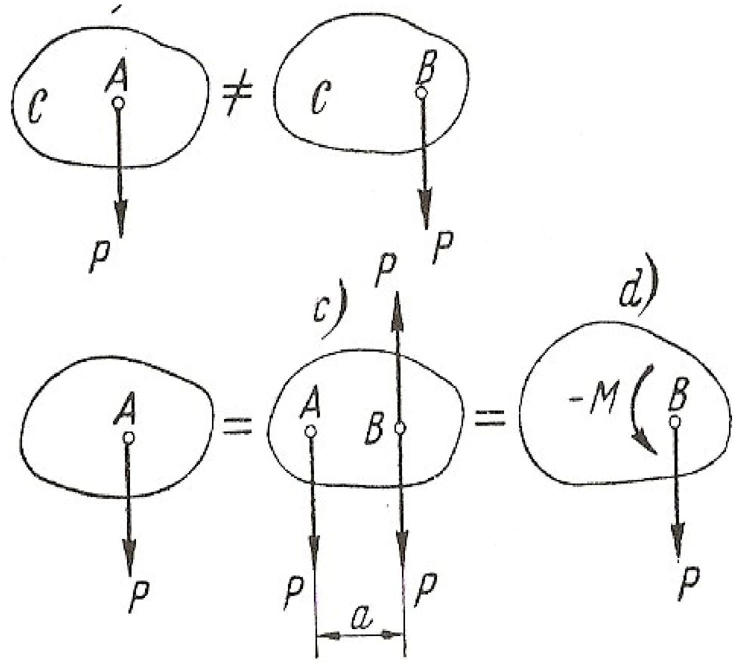
Dibujo nº 13



D- DESPLAZAMIENTO PARALELO DE FUERZAS

No se alterara el efecto cinemático de un cuerpo si además de trasladar la fuerza agregamos sobre el nuevo punto de aplicación una cupla cuyo valor será de P por la distancia del traslado.

Dibujo nº 14



E- PRINCIPIO DE ACCION Y REACCION

A toda fuerza ejercida sobre un cuerpo se le opondrá otra de igual magnitud y recta de acción pero de sentido contrario.

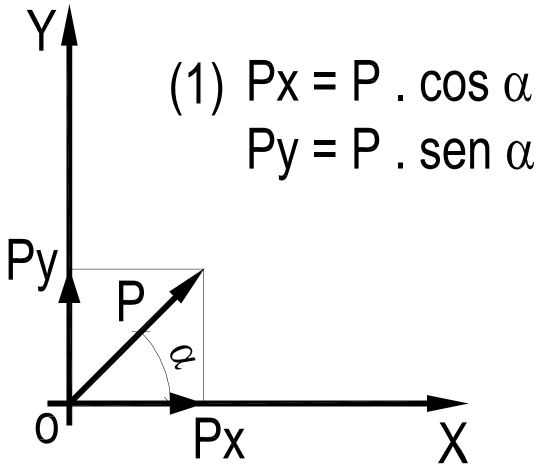
Un objeto cualquiera, una casa o un edificio que constituye para los niveles de conocimiento actuales del alumno un sistema complejo de cargas podemos sin embargo decir que por el simple hecho de no hundirse ni levantar vuelo, en consecuencia esta en equilibrio y es este equilibrio quien nos permite asegurar que hay fuerzas actuantes o "activas" a las que se oponen un sistema equilibrante o "reactivo" que se canaliza a través de apoyos o vínculos.

Los puntos antes desarrollados tienen como objetivo poder proponer sistemas de fuerzas equivalentes entre si, permitiendo según conveniencias del calculo sustituir unos por otros a los efectos de comprender mejor las acciones de las fuerzas sobre nuestra arquitectura y sus esqueletos resistentes.

El desarrollo de la informática y los sistemas de computación hace que los cálculos se desarrollen analíticamente, quedan perimidos y obsoletos los métodos gráficos, no obstante la representación vectorial de las fuerzas hace a la comprensión y visualización de los conceptos, radicando allí la necesidad de insistir con algunos métodos gráficos que ayudan a comprender el funcionamiento estructural.

REPRESENTACION ANALITICA DE FUERZAS

DIBUJO Nº 15

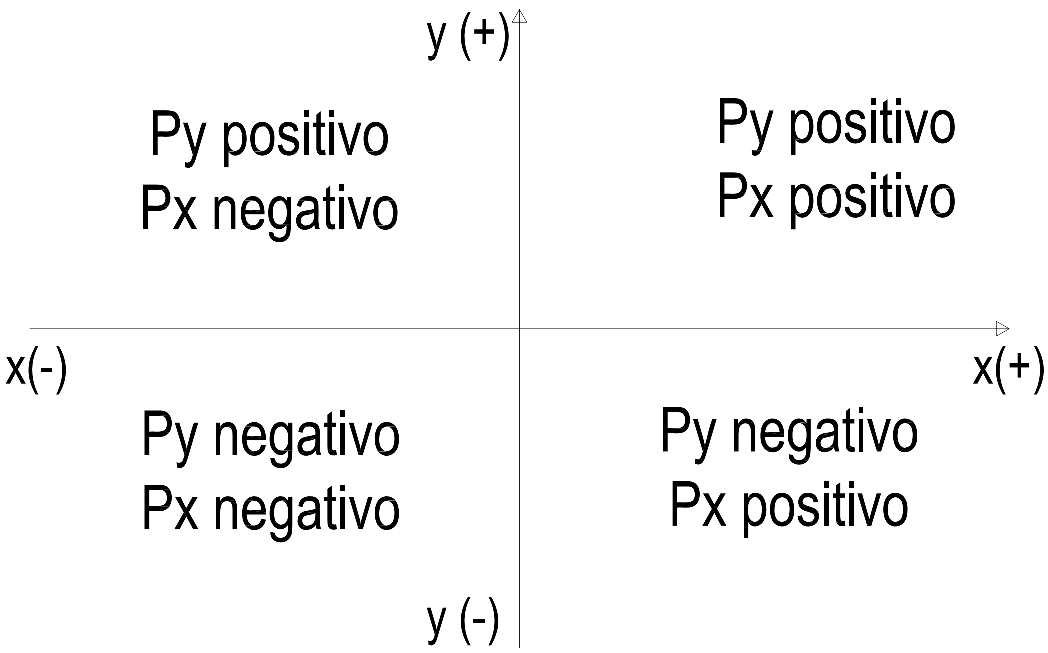


La proyección ortogonal de las fuerzas se realizara según las ecuaciones (1).
En el uso de estas ecuaciones se pueden dar diferentes datos y en consecuencia diferentes incógnitas.
Así conocida P, que nos queda definida por intensidad, punto de aplicación, sentido y dirección, o sea:

DATOS	INCOGNITAS
P y α	Px y Py

Podremos obtener las incógnitas que son los valores de las proyecciones.
En cuanto a los ángulos trabajaremos entre 0º y 90º de manera que para definir el signo de las proyecciones veremos su ubicación en el cuadrante que le corresponda.

Dibujo nº 15



El otro problema que se nos puede presentar es que sean conocidas las proyecciones y queramos obtener P y alfa

DIBUJO Nº 16

DATOS	INCOGNITAS
Px y Py	P y α

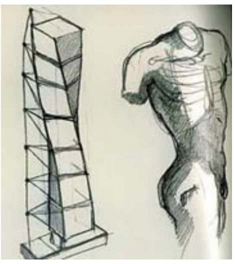
Aplicando el teorema de Pitágoras podemos decir que:

$$P = \sqrt{px^2 + Py^2} \qquad tg\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

$$tg\alpha = \left(\frac{Py}{Px}\right) \qquad \alpha = arctg\left(\frac{Py}{Px}\right)$$

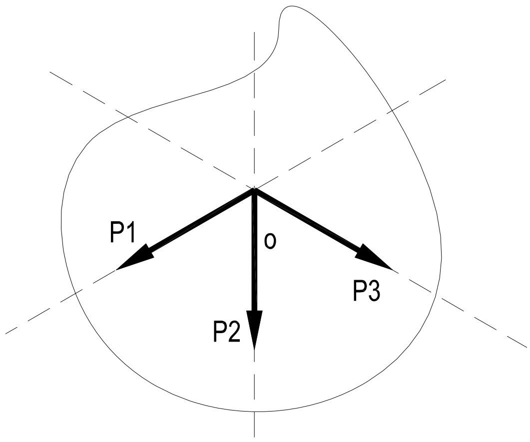
Bibliografía:

1. Estabilidad. Primer curso: Fliess E. D., Kapeluz
2. **Panseri, Enrique.** Curso medio de estática gráfica .— 12.ed. — Buenos Aires : Construcciones Sudamericanas.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC AC3	Cátedra: **ESTRUCTURAS – NIVEL 1**		
	Taller: VERTICAL I – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	Apuntes de Clase: Fuerzas Concurrentes		
Curso 2017	Elaboró: Ing. Oscar Clivio	Revisión: 0	Fecha: Abril 2017

TRATAREMOS LA RESOLUCION DE SISTEMAS DE FUERZAS CONCURRENTES



El que nos muestra la figura es un sistema de fuerzas concurrentes, en este caso arbitrariamente definido por tres fuerzas, la idea es darle la mayor generalidad y en consecuencia valides posible para otras aplicaciones similares.

Hablar de resolver el sistema equivale a obtener una única fuerza capaz de representar a todas las actuantes. Para ello contamos con varios caminos, uno grafico y otro analítico.

A esta fuerza equivalente a la totalidad del sistema la denominaremos **RESULTANTE**.

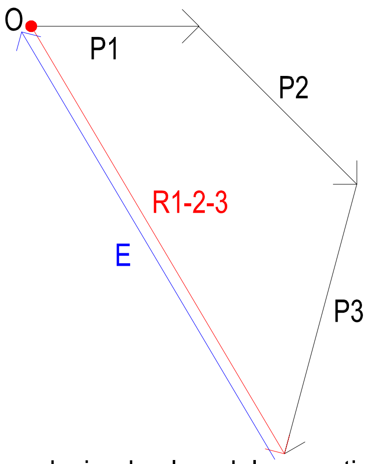
METODO GRAFICO:

Un primer camino ya explicado es por el método del paralelogramo en los apuntes (1).

Si bien el procedimiento se realizo para un sistema de dos fuerzas concurrentes la sucesiva aplicación del método permitiría resolver ilimitada cantidad de fuerzas integrantes de cualquier sistema.

La metodología seria obtener en un primer paso (Elegido al azar) una resultante R1-2 que surgirá de las fuerzas P1 y P2 , luego continuando con el mismo método obtendremos la resultante entre R1-2 y P3, obteniendo finalmente la buscada:**R1-2-3**.

El otro método grafico para resolver es utilizando el polígono vectorial.



El método del polígono vectorial reemplaza la reiteración del paralelogramo, a partir de un punto O arbitrariamente ubicado. En el plano trazo una paralela a la recta de acción que contiene a P1 y transporto su valor en escala respetando también el sentido sobre esa dirección. Luego por el extremo de P1 trazo la dirección que contiene a P2 reproduciendo su módulo y su sentido. Repitiendo la operación con P3.

A partir del extremo de P2 la dirección que contiene a P3 reproduciendo el modulo y sentido de P3.

Así tenemos un polígono vectorial con origen en O y extremo en el final del vector P3.

La unión del origen y el extremo nos dará la resultante del sistema que seguramente coincidirá con la resultante obtenida por sucesivas aplicaciones del paralelogramo.

¿Qué hemos obtenido?

1- LA INTENSIDAD DE LA RESULTANTE INTERPRETADA EN LA ESCALA DEL GRAFICO.

2- EL SENTIDO DE LA RESULTANTE QUE LO DARÁ LA FLECHA DEL GRAFICO.

3- MIENTRAS QUE LA DIRECCION LA DARÁ UNA PARALELA A LA RECTA QUE CONTIENE LA RESULTANTE PERO QUE PASE NECESARIAMENTE POR EL PUNTO DE CONCURRENCIA.

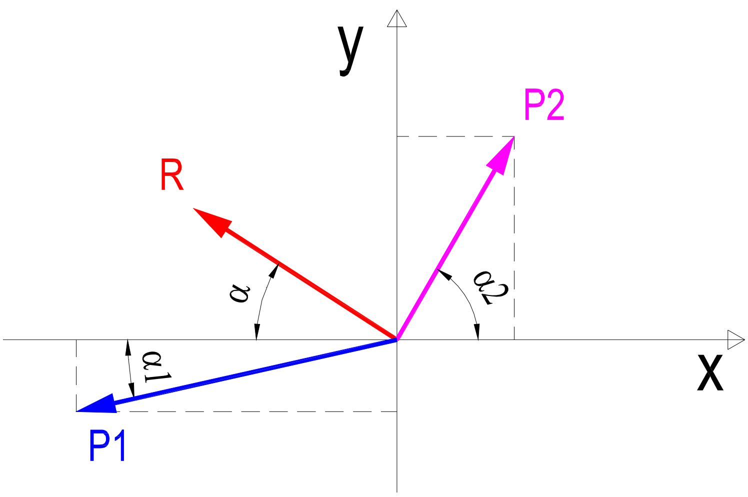
Por lo tanto el sistema esta resuelto y representado por **R1-2-3**.

ALGUNAS DEFINICIONES:

1. Cuando todas las fuerzas concurrentes sean colineales la resultante será directamente la suma algebraica.
2. Cuando el extremo del último vector coincida con el origen del primero el vector resultante será NULO.
3. En el caso anterior podemos hablar de equilibrio.(Condición Grafica suficiente y necesaria)
4. Cuando hay equilibrio el diagrama vectorial es cerrado.
5. Cuando el polígono de fuerzas es abierto significa que hay una RESULTANTE y que el movimiento resultante es una traslación.
6. La fuerza igual en: MAGNITUD Y DIRECCION, pero de SENTIDO CONTRARIO A LA RESULTANTE SE DENOMINA EQUILIBRANTE. En nuestro ejemplo grafico seria una fuerza con origen en el extremo de P3 y final en O. y la hemos representada paralela para visualizarla y color azul con la letra **E**.

METODO ANALITICO:

Consiste en plantear las ecuaciones de proyecciones y o momentos.



Conocidas las fuerzas componentes del sistema podemos calcular las proyecciones en X y en Y de R (Fuerza Resultante)

$$\mathbf{R_x = -P_1 \cos \alpha_1 + P_2 \cos \alpha_2 = R \cos \alpha}$$
$$\mathbf{R_y = -P_1 \,\mathrm{sen}\, \alpha_1 + P_2 \,\mathrm{sen}\, \alpha_2 = R \,\mathrm{sen}\, \alpha}$$

Otro elemento a calcular será la resultante utilizando Pitágoras.

$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}}$, que es el modulo o intensidad de R.

También para que R quede totalmente definida, debemos calcular su dirección y sentido que vienen dados por el ángulo α que R forma con el eje X.

Tg α = $\dfrac{P_y}{P_x}$ → α = arctg $\left(\dfrac{P_y}{P_x}\right)$

CONDICIONES ANALITICAS DE EQUILIBRIO:

1) $\sum_i^n Pi.\cos\alpha i = Rx = 0$ ⇨ R es nula o perpendicular a X

2) $\sum_i^n Pi.seno\,\alpha i = Ry = 0$ ⇨ R es nula o perpendicular a Y

Este par de ecuaciones de equilibrio 1 y 2 deben cumplirse simultáneamente para asegurar que el equilibrio exista. Son condiciones **ANALITICAS DE EQUILIBRIO SUFICIENTES Y NECESARIAS**.

También hay otros pares de ecuaciones que se pueden utilizar:

1) $\sum_i^n Pi.\cos\alpha i = Rx = 0$

2) $\sum_i^n M^N = 0$

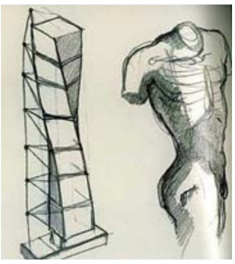
Y que deberán cumplirse simultáneamente para que se verifique el equilibrio.
En el caso que no fuera nulo obtendríamos Rx y el momento respecto de un punto N.

Otro par de ecuaciones posible es:

1) $\sum_i^n Pi.seno\,\alpha i = Ry = 0$

2) $\sum_i^n M^M = 0$

O dos ecuaciones de momentos respecto de dos puntos M y N no alineados con el punto de concurrencia para asegurar la independencia de las ecuaciones.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC **A-TP2**	Cátedra: **ESTRUCTURAS – NIVEL 1**		
	Taller: VERTICAL I – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	Anexo Trabajo Práctico Nº2: Fuerzas		
Curso 2017	Elaboró: Arq. Verónica Ferenz	Revisión: 0	Fecha: Marzo 2017

Objetivo

Desarrollo y ejemplo en el uso de sistemas gráficos y analíticos, para el trabajo con sistemas de fuerzas.

<u>Suma de fuerzas: método Gráfico y Analítico</u>

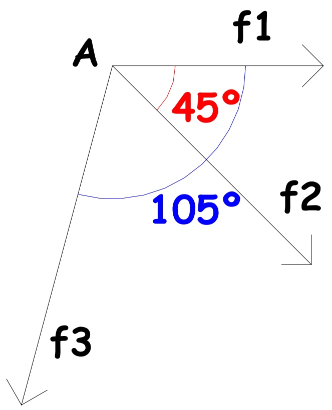
<u>1. Método gráfico. Método del polígono de fuerzas</u>

Para hallar la resultante en forma grafica usando el método del polígono de fuerzas es importante tener en cuenta los datos dados y definir una escala de representación para cada una de las fuerzas.

Si el polígono da cerrado es porque el sistema está en equilibrio. (Es decir, la resultante vale cero, o lo que es lo mismo, no hay resultante).

Sistema de fuerzas a analizar

Datos del sistema:



f1 = 3t - α1=0º

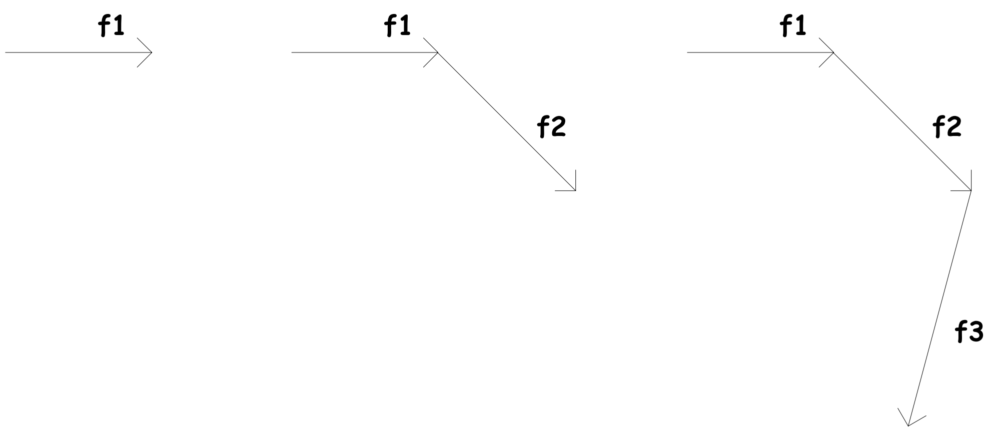
f2 = 4t - α2=45º

f3 = 5t - α3=105º

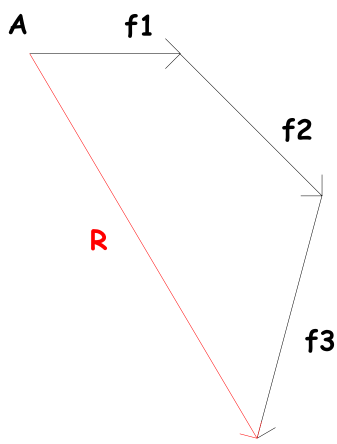
Escala = 1tn/1cm
Giro en sentido horario

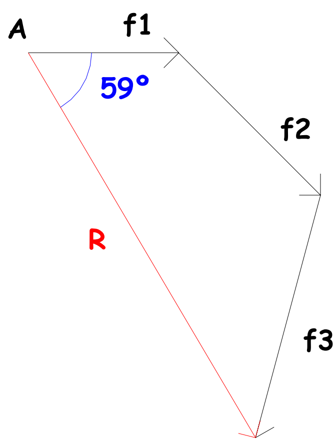
Construcción del polígono

a – Para construir el polígono se va dibujando cada una de las fuerza (f1,f2, f3) a continuación de la otra respetando la longitud y el ángulos de cada una de ellas.



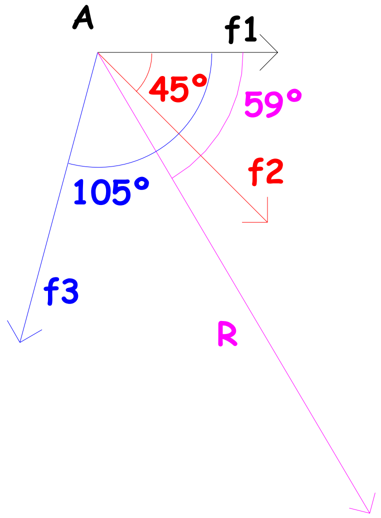
b – Para hallar la fuerza resultante se une el origen de la primera fuerza (f1) con el extremo de la última (f3) dando como resultado un polígono de fuerzas en el cual, la fuerza (R) es la equivalente a las tres fuerzas componentes del sistema (f1, f2, f3).





c- Midiendo la longitud de la resultante se obtiene su módulo y midiendo con transportador el ángulo αR. Para este caso: 8,8cm - 59º

Para finalizar se traslada en forma paralela la recta de acción de la resultante -usando la regla y la escuadra- haciéndola pasar por el punto de aplicación A. De esta manera se ha resuelto el problema en forma gráfica.



Nota: si bien las fuerzas están dibujadas a escala, no será posible medir el valor de 8.8 cm resultante, debido al proceso de volcar el dibujo de Autocad al archivo de texto, donde se pierde la escala pero no las proporciones.

2) Método Analítico. Suma de fuerzas

Los pasos a seguir para hallar la resultante en forma analítica son los siguiente:

1 – Se toma un par de ejes x – y con el origen puesto en el punto por el que pasan todas las fuerzas.

2 – Se descompone cada fuerza en 2 componentes. Una sobre el eje x (Fx) y otra sobre el eje y (Fy).

3 – Hallar la suma de todas las proyecciones en el eje x y en el eje y.

Es decir, se calcula el valor de la resultante en x (Rx) y el valor de la resultante en y (Ry).

$$\mathbf{Rx = F \times \cos \alpha}$$
$$\mathbf{Ry = F \times sen\ \alpha}$$

4 – Componiendo Rx con Ry por Pitágoras hallar el valor de la resultante.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Haciendo la cue nta αR =arc tg Ry / Rx, se pued e cal cular el ángulo alfa que forma l a resultante con el eje X.

Aplicando estos pasos en el sistema dado, el procedimiento es el siguiente.

Datos del sistema

f1=3t - α1=0º / f2=4t - α2=45º / f3=5t - α3=105º

Rx = 3t x cos 0º + 4t x cos 45º + 5t x cos 105º

Rx = 3t + 2,83t + (-1,29t)

Rx = 4,54t

Ry = 3t x sen 0º + 4t x sen 45º + 5t x sen 105º

Ry = 0t + 2,83t + 4,83t

Ry = 7,66t

$$R = \sqrt{4.54^2 + 7.66^2}$$

R = 8,90 t

α**R** = arc tg 7,66t/4,54t

α**R** = arc tg 1.69

αR = 59.34º

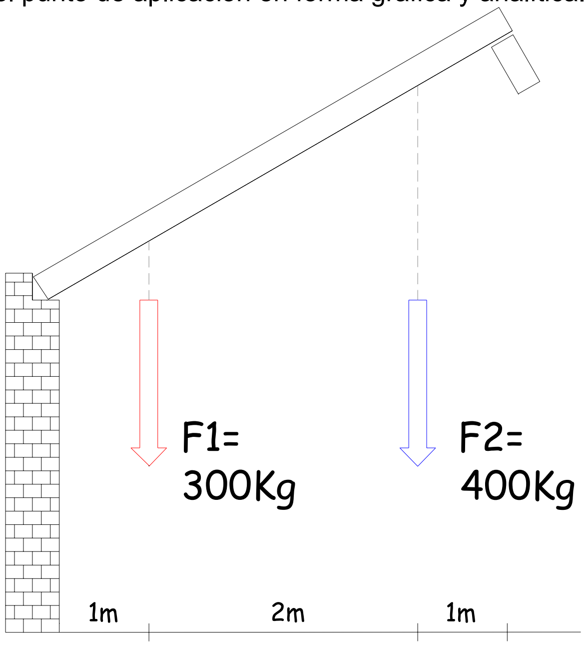
Composición de fuerzas paralelas

1. Ejercicio resuelto

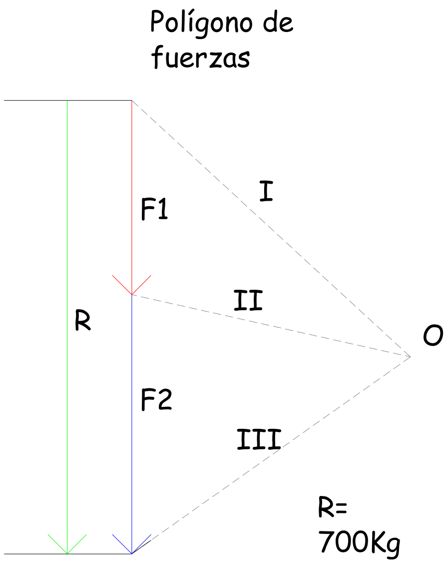
En un cabio de una cubierta que apoya sobre un muro y una correa, se colgaran dos pesos representados en las fuerzas:

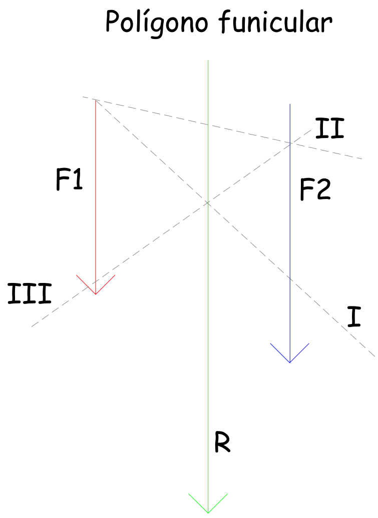
F1 = 300Kg y F2 = 400Kg.

Hallar la resultante y el punto de aplicación en forma gráfica y analítica.



Resolución gráfica:





Resolución analítica:

Ecuación de proyección sobre el eje y:

$$Ry = \sum F_i \ x \ sen \ \alpha_i$$

$$Ry = F_1 \ x \ sen \ \alpha_1 \quad + \quad F_2 \ x \ sen \ \alpha_2$$

$$Ry = 300Kg \ x \ sen 90º \quad + \quad 400Kg \ x \ sen 90º \quad = 700Kg$$

Valor de la resultante:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 700\ Kg$$

Ecuación de momentos respecto al origen de coordenadas para determinar la posición de la resultante (este origen se ubica en nuestro ejemplo en el borde interno del muro):

R x dr = F1 x d1 + F2 x d2

700 Kg x dr = 300 Kg x 1 m + 400 Kg x 3 m

700 Kg x dr = 300 Kgm + 1200 Kgm

700 Kg x dr = 1500 Kgm

dr = 1500 Kgm / 700 Kg

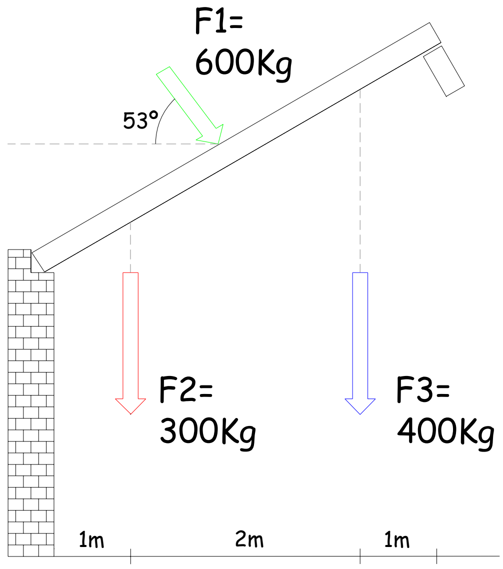
dr = 2,14 m

Composición de fuerzas concurrentes

2. Ejercicios de aplicación

2.1 Los proyectistas realizaron un análisis de cargas sobre la cubierta y detectaron que sobre el cabio actúa una carga por la acción del viento de 600 Kg, la cual ejerce dicha presión de forma perpendicular.

Teniendo en cuenta esta nueva fuerza. Hallar la resultante y el punto de aplicación en forma gráfica y analítica.



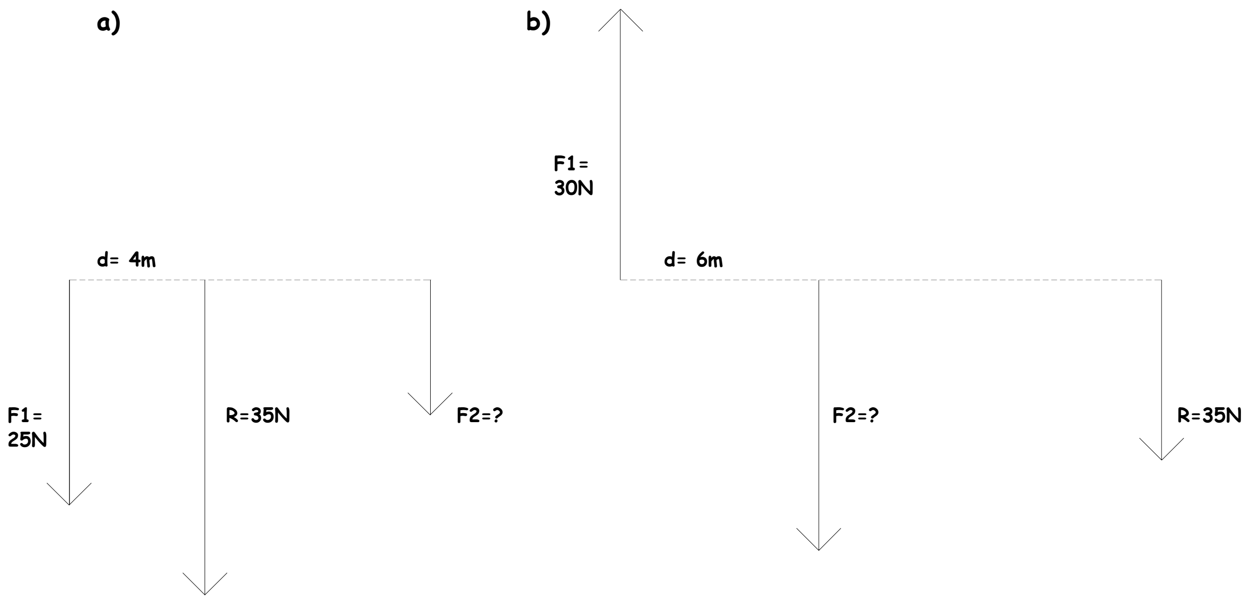
2.2 Resolver por el método del polígono de fuerzas los siguientes sistemas de fuerzas concurrentes:

a)
F1 = 2 Kg
F2 = 6 Kg = 60º
F3 = 4 Kg = 90º
F4 = 5 Kg = 120º

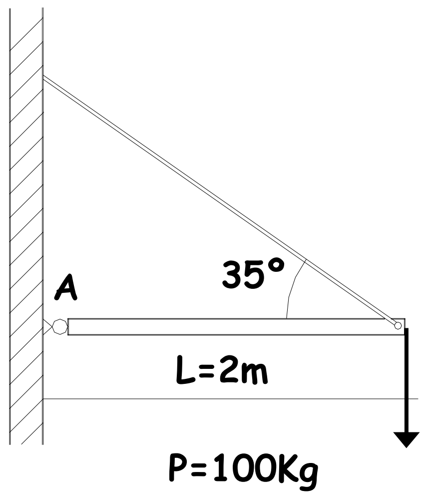
b)
F1 = 120 Kg
F2 = 60 Kg = 80º
F3 = 180 Kg = 50º
F4 = 240 Kg = 120º

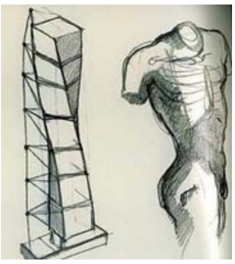
c)
F1 = 20 Kg = 75º
F2 = 60 Kg = 45º
F3 = 80 Kg = 120º
F4 = 50 Kg = 100º
F5 = 40 Kg

2.3 Hallar el valor de la fuerza restante y las distancias d_1 y d_2 con respecto a la resultante. Resolver también gráficamente.



2.4 Una barra de longitud 2 m y 100 Kg de peso está sostenida por una soga que forma un ángulo alfa de 35° como indica la figura. Calcular la tensión de la cuerda y el valor de las reacciones en el apoyo A. Se supone que el peso de la barra está aplicado en el centro de la misma.





UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC AC4	Cátedra: **ESTRUCTURAS – NIVEL 1**		
	Taller: VERTICAL I – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	Apuntes de Clase: Fuerzas No Concurrentes		
Curso 2017	Elaboró: Ing. Oscar Clivio	Revisión: 0	Fecha: Abril 2017

TRATAREMOS LA RESOLUCION DE SISTEMAS DE FUERZAS NO CONCURRENTES

Una vez mas resolver el sistema, independientemente de cual sea (concurrente o no concurrente) significa encontrar una resultante que sea equivalente a la totalidad de las cargas del sistema.

Recordemos que esa resultante queda definida por:

1- Magnitud (cuanto)
2- Punto de aplicación (donde)
3- Sentido (hacia donde)
4- Dirección (inclinación)

Definamos un sistema de fuerzas arbitrario conformado por las $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_3}$, $\mathbf{P_4}$.
Las mismas integran un sistema de fuerzas no concurrentes.

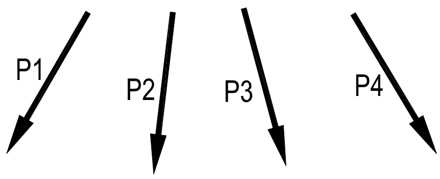


FIGURA N° 1

PRIMER PASO:

Aplicamos un concepto ya conocido como es el del polígono vectorial para iniciar la resolución, que nos permitirá obtener varias de nuestras incógnitas.

Recordemos que interpretado en escala nos permitirá saber el modulo de la resultante, vector con origen en P1 y extremo en P4 que llamaremos R (resultante), esto es ¿Cuánto?,

También la flecha de R nos dirá hacia donde, y finalmente el ángulo la inclinación, resolviendo con un procedimiento ya conocido por el alumno varios aspectos de este problema. La justificación de este camino de resolución es muy simple pero no de aplicación práctica para el alumno de arquitectura, la obviaremos en consecuencia.

Por lo tanto obtuvimos tres de nuestros objetivos quedando pendiente la segunda cuestión que es el punto de aplicación.

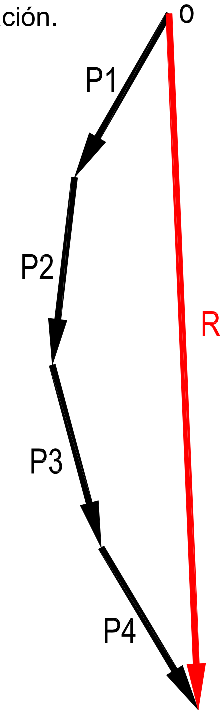


FIGURA N° 2

Ahora si, nos metemos en algo nuevo que es el método del polígono funicular.

1- En las proximidades del polígono vectorial elegimos y marcamos un punto “**o**” arbitrario del plano (cualquiera), como **O**.

2- Luego unimos **O** con cada uno de los orígenes y extremos de las fuerzas integrantes del sistema. Esto da origen a la formación de direcciones que llamaremos **I**, **II**, **III**, IV, V.

3- Trazamos una paralela a la dirección **I** por cualquier punto del plano hasta cortar la dirección de la fuerza P1.

4- Por el punto de intersección anterior trazo una paralela a la dirección **II**, hasta cortar a la fuerza P2.

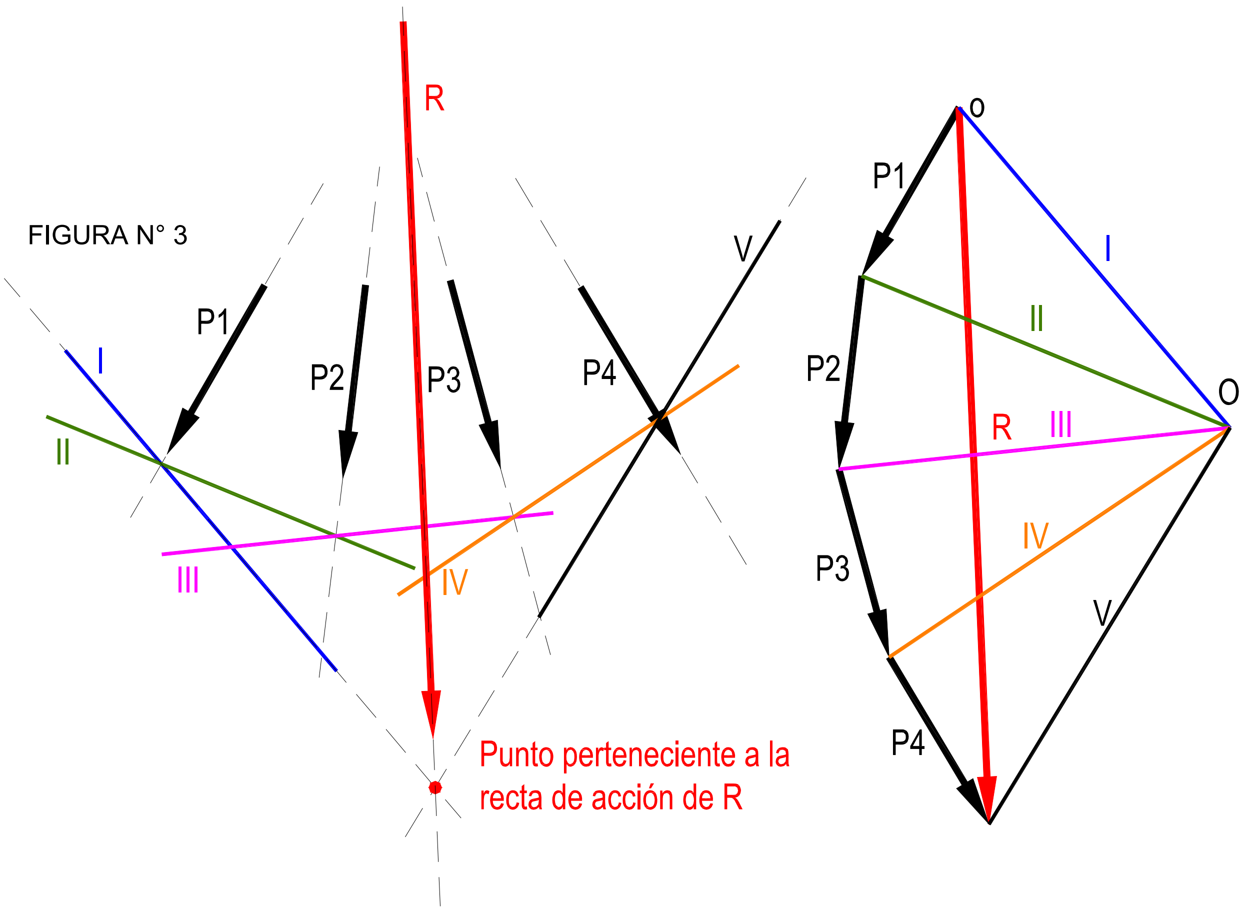
5- Por el punto de intersección anterior trazo una paralela a la dirección **III** hasta cortar a la fuerza P3.

6- Por el punto de intersección anterior trazo una paralela a la dirección IV hasta cortar la fuerza P4.

7- Por la intersección anterior trazo una paralela a la dirección V hasta cortar la prolongación de la dirección **I**. Esta **INTERSECCIÓN ES UN PUNTO PERTENECIENTE A LA RECTA DE ACCIÓN DE LA RESULTANTE.**

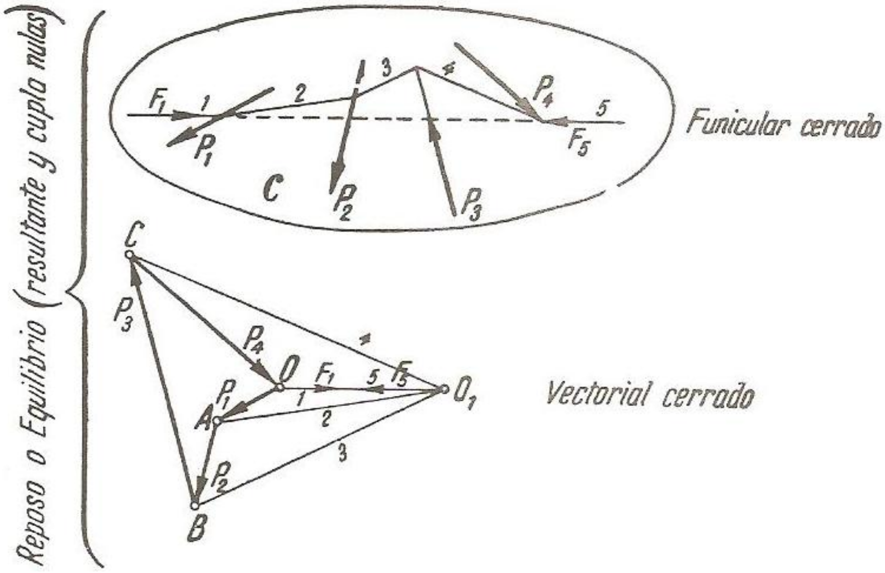
8- Por la intersección trazo una paralela a la dirección que contiene a R y reproduzco su valor en escala, logrando así tener todos los parámetros de R definidos y en consecuencia resuelto el sistema de fuerzas no concurrentes.

FIGURA N° 3



CONDICIONES DE EQUILIBRIO

GRÁFICAS



Como se aprecia en el grafico al concepto ya conocido de vectorial cerrado le agregamos el de funicular cerrado en el cual se ven que las fuerzas ultima y primera son iguales y de sentido contrario, por eso cerrado. Se consideran a estas como condiciones de equilibrio graficas suficientes y necesarias.

ANALÍTICAS

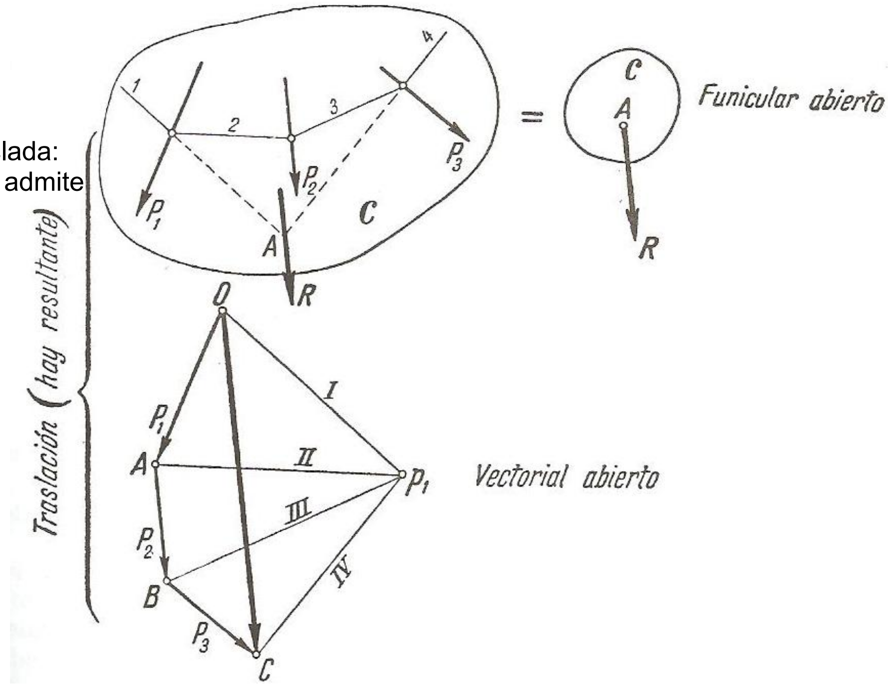
Un sistema de fuerzas no concurrentes puede expresar su equilibrio analítico de tres formas diferentes:

1) $\sum (P.\cos\alpha)=0$
$\sum(P.\text{sen}\alpha)=0$
$\sum Mc=0$

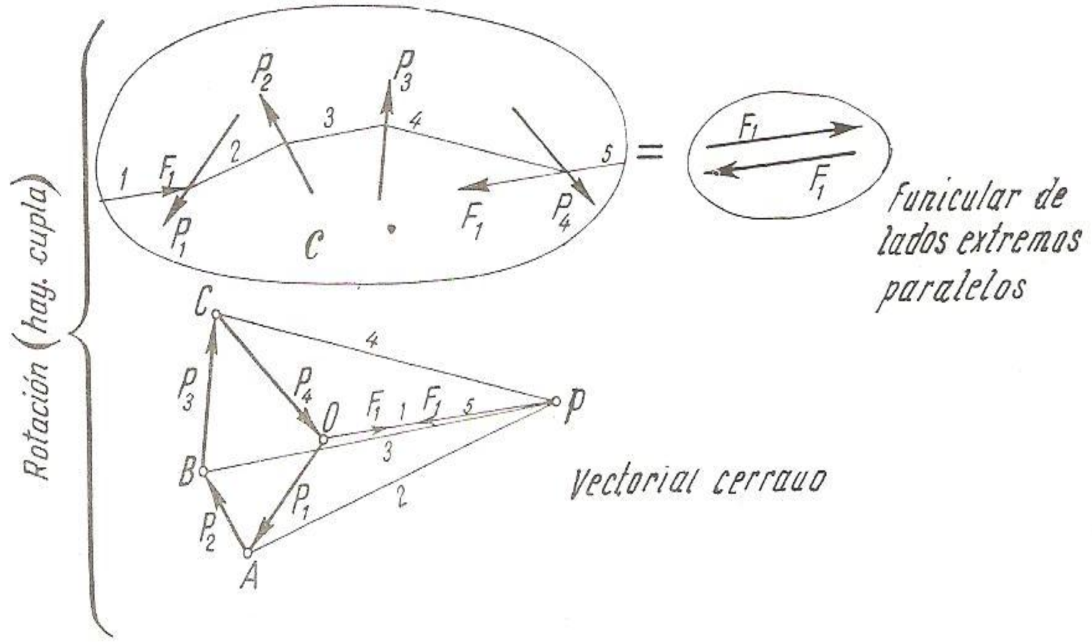
2) $\sum (P.\cos\alpha)=0$
$\sum Mc=0$
$\sum Md=0$

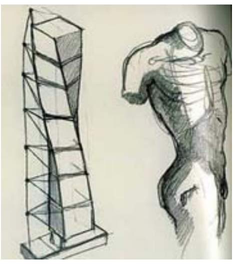
3) $\sum Mc=0$
$\sum Md=0$
$\sum Me=0$

Cuando el sistema se traslada:
(o pretende hacerlo pues admite una resultante)



Cuando el sistema rota:(O pretende girar pues resulta una cupla)



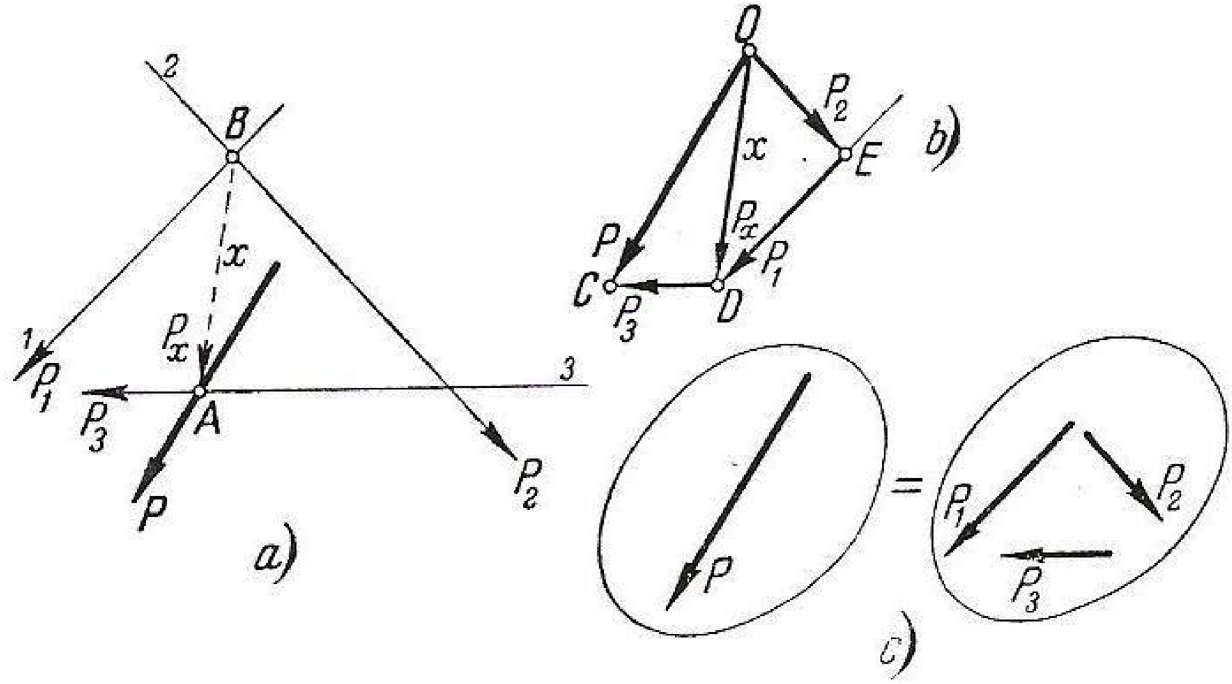


UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC AC5	Cátedra: **ESTRUCTURAS – NIVEL 1**		
	Taller: VERTICAL I – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	Apuntes de Clase Nº5: Descomposición de una Fuerza en Tres		
Curso 2017	Elaboró: Oscar Clivio	Revisión: 0	Fecha: ABRIL2017

Descomposición de una Fuerza en tres Direcciones

Desarrollaremos para ello dos métodos

1- CULLMAN: El mismo es grafico y procedemos a mostrarlo



A- Dada una fuerza P se necesita descomponer la misma en las direcciones 1, 2, 3.

B- Determinamos el punto A en la intersección de la recta que contiene a la fuerza P con la dirección tres.

C- Determinamos el punto B en la intersección de las direcciones 1 con 2.

D- La unión de A con B determina la recta que denominamos X. llamada recta auxiliar de cullman.

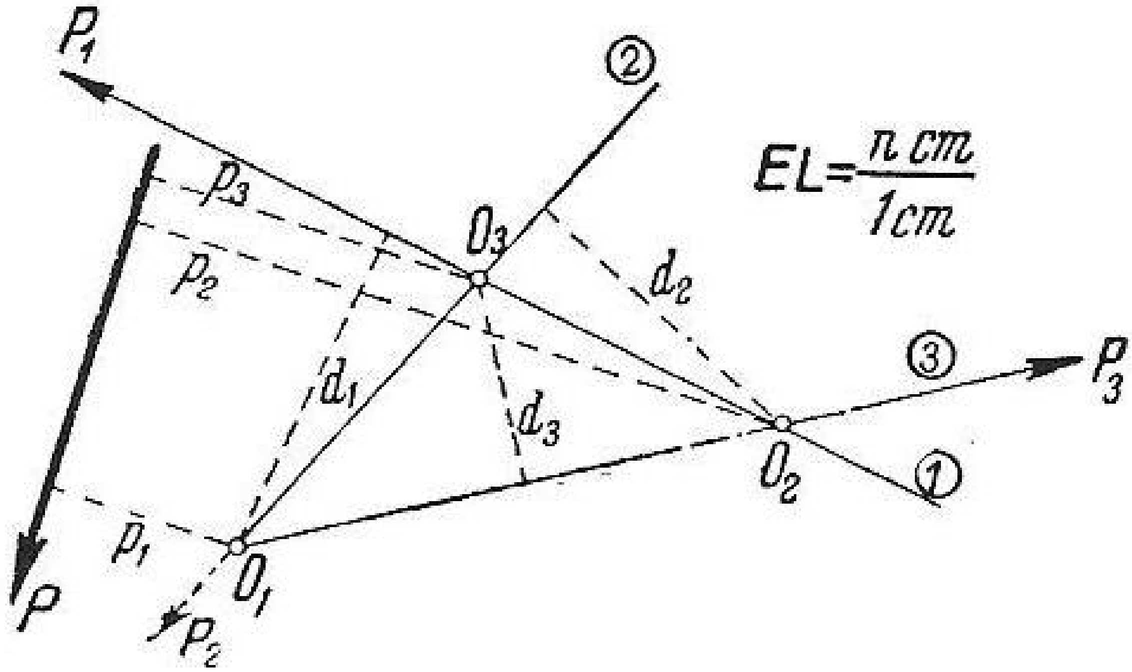
E- Para nosotros es conocido por el vectorial o el paralelogramo descomponer una fuerza en dos direcciones, de manera que descomponemos P en la dirección 3 y X, generando las componentes P3 y Px .

F- Luego como ultimo paso descompondremos Px en las direcciones 1 y 2 obteniendo asi P2 y P3, y cumpliendo nuestro objetivo final de descomponer una fuerza en tres direcciones.

La "trampa" que realiza Cullman es INVENTAR el paso intermedio de la dirección x y en consecuencia fuerza Px para así lograr el objetivo.

Recomendación: Como todo procedimiento grafico se depende de la precisión del trabajo como así también de una correcta interpretación de la escala.

2- Método de Ritter:



Este método es de características mixtas, grafico-analítico. Del grafico obtendremos las distancias que serán reemplazadas en las ecuaciones que a continuación plantearemos.

El concepto central que se aplica para esta resolución es el que nos dice que respecto de un punto cualquiera del plano el momento de la resultante deberá ser necesariamente igual al momento de las componentes respecto del mismo punto.

$$P.p_1=P_1.d_1 \longrightarrow \boxed{\frac{P.p_1}{d_1}=P_1}$$

$$P.p_2=P_2.d_2 \longrightarrow \boxed{\frac{P.p_2}{D_2}=P_2}$$

$$P.p_3=P_3.d_3 \longrightarrow \boxed{\frac{P.p_3}{d_3}=P_3}$$

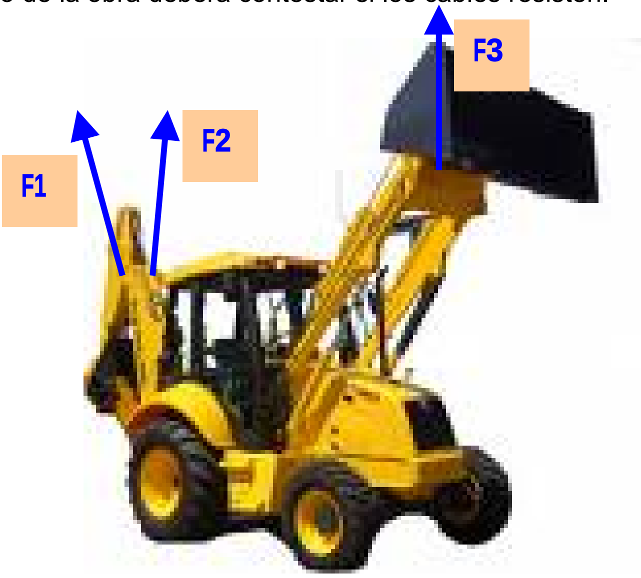
Obsérvese que la selección de los puntos del plano no es arbitraria sino que persigue el objetivo de simplificar las ecuaciones a resolver y por ese motivo se elige la intersección de dos direcciones con el objetivo de anular dos términos pues la fuerza P2 y la fuerza P3 pasan por el punto O1 haciendo que la distancia para el calculo del momento sea cero y en consecuencia esos términos se anulen.

El mismo análisis cabe para las dos siguientes ecuaciones. De esta forma queda resuelta la obtención de componentes de una fuerza en tres direcciones.

Recordemos que estas son direcciones no concurrentes.

APLICACIONES

A los efectos de poder bajar a una excavación de obra un equipo retroexcavador con el objetivo de acelerar la ejecución de los movimientos de suelo restantes, se detectan dentro del predio tres puntos a los que se podrán sujetar cables de acero que permitan bajar el equipo. Se necesita verificar que los cables disponibles en obra sean capaces de resistir el peso del equipo. Para ello el Arquitecto encargado de la obra deberá contestar si los cables resisten.



Por lo tanto es un caso de descomposición de una fuerza en tres direcciones.

Como ven las aplicaciones surgen en cualquier momento de la vida profesional, ya sea en la obra o en la oficina del proyecto.

Polígono Funicular: Aplicaciones

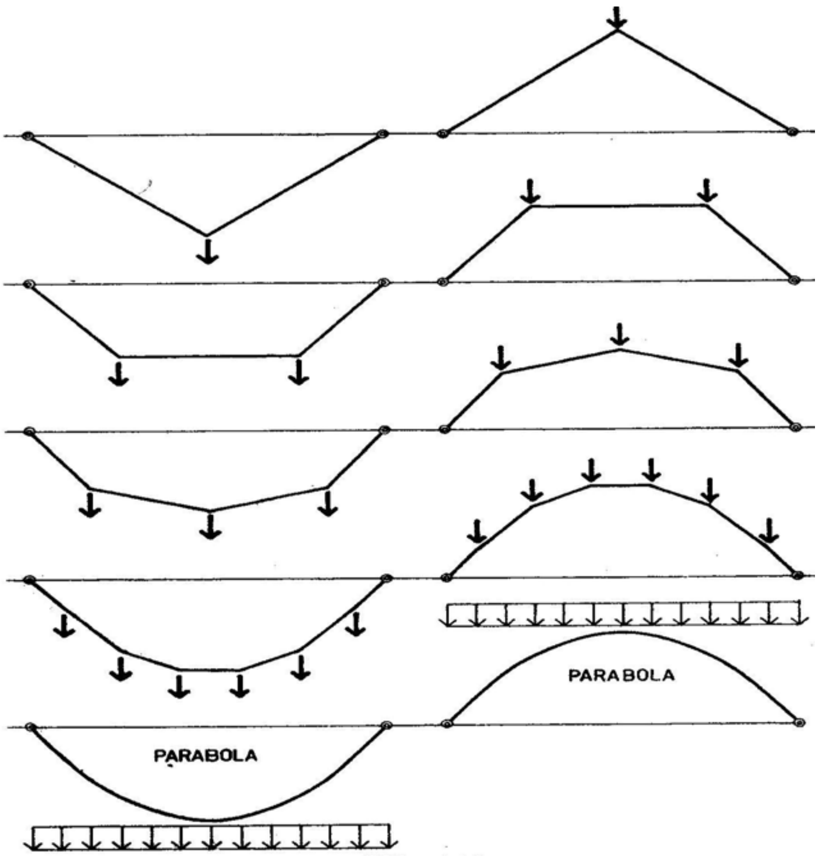
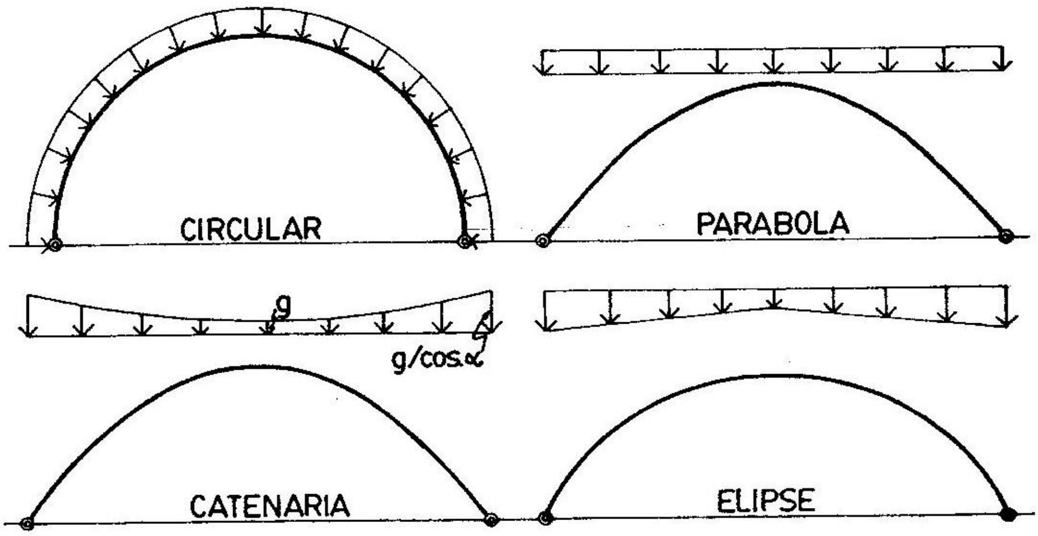


FIG. 164

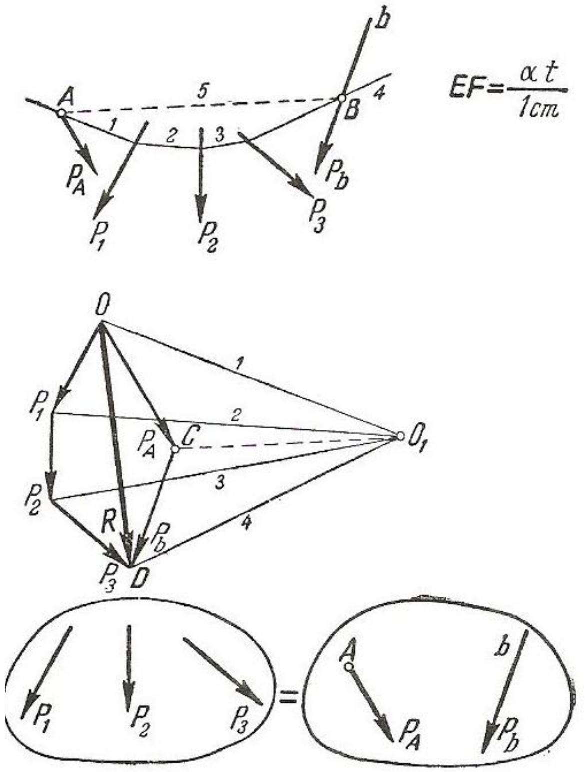


La construcción de estructuras cuyo eje responda en su geometría al antifunicular de las cargas, generara construcciones en las cuales si logramos mantener el estado de cargas original tendremos una estructura sometida a esfuerzos de un solo signo.

Esta propiedad es muy importante para que el Arquitecto la tenga en cuenta en la elección de la geometría de su estructura resistente, que generara un mayor y mejor aprovechamiento de los materiales por la sola elección de formas resistentes.

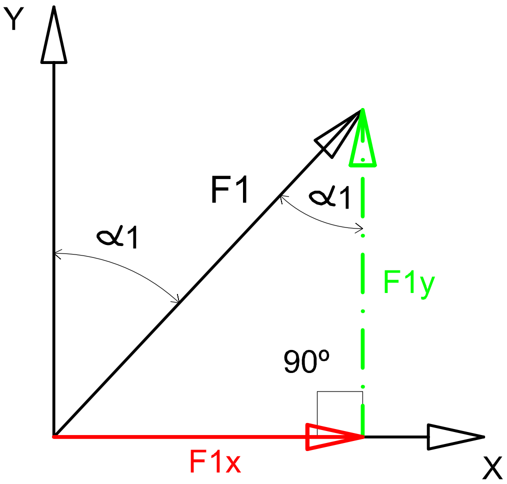
OTRA APLICACIÓN

Cuando tenemos un sistema de fuerzas no concurrentes, además de poderlo resolver por el polígono funicular, el mismo permite por ejemplo poder descomponer el sistema en dos direcciones equivalentes al anterior.



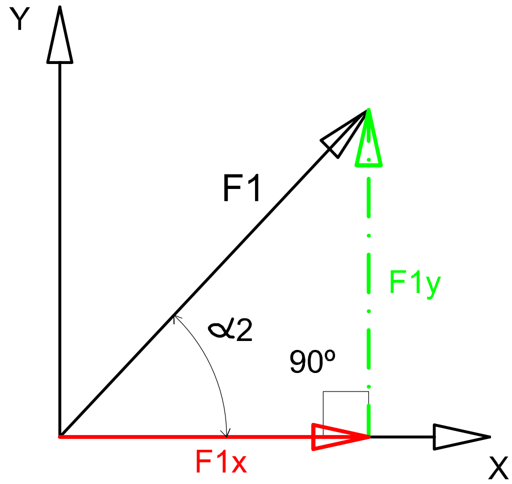
Dado el sistema P1, P2, y P3, se puede reemplazar por otras dos equivalentes como Pa y Pb.

DESCOMPOSICION DE FUERZAS



$F1x = F1.sen\alpha 1$

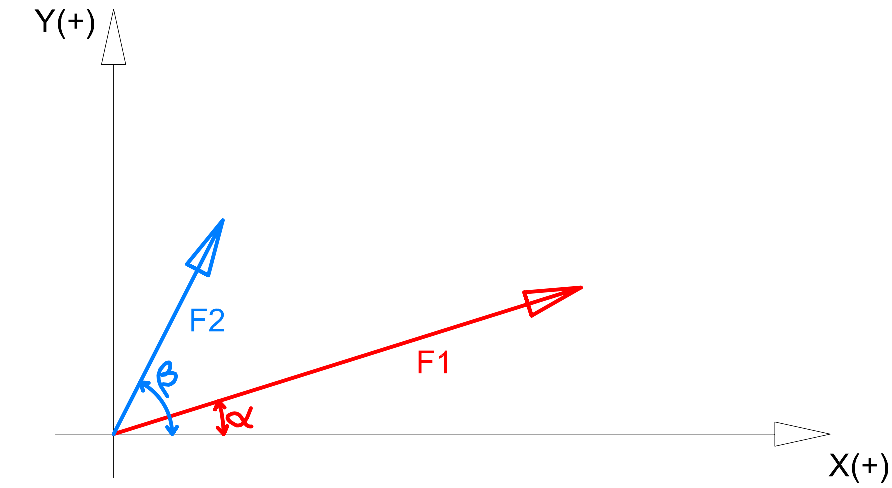
$F1y = F1.con\alpha 1$

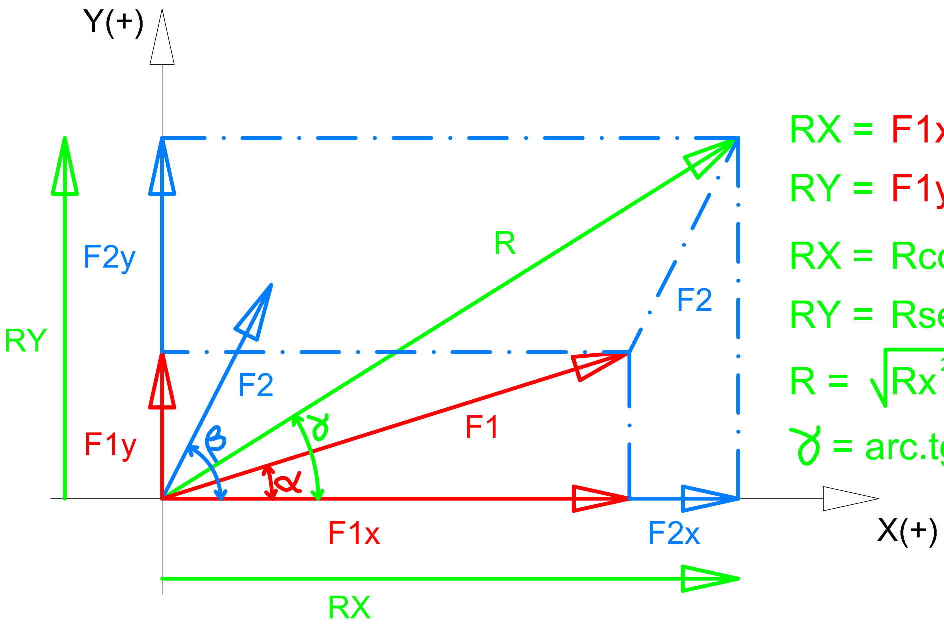


$F1x = F1.cos\alpha 2$

$F1y = F1.sen\alpha 2$

COMPOSICION DE FUERZA RESULTANTE





$RX = F1x + F2x = F1cos\alpha + F2cos\beta$

$RY = F1y + F2y = F1sen\alpha + F2sen\beta$

$RX = Rcos\gamma$

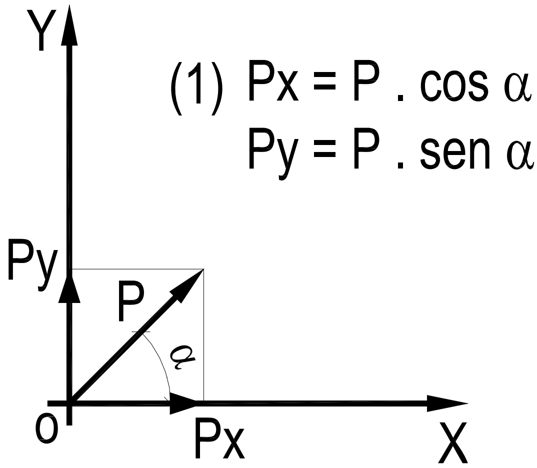
$RY = Rsen\gamma$

$R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2}$

$\gamma = arc.tg(Ry/Rx)$

REPRESENTACION ANALITICA DE FUERZAS

DIBUJO Nº 15

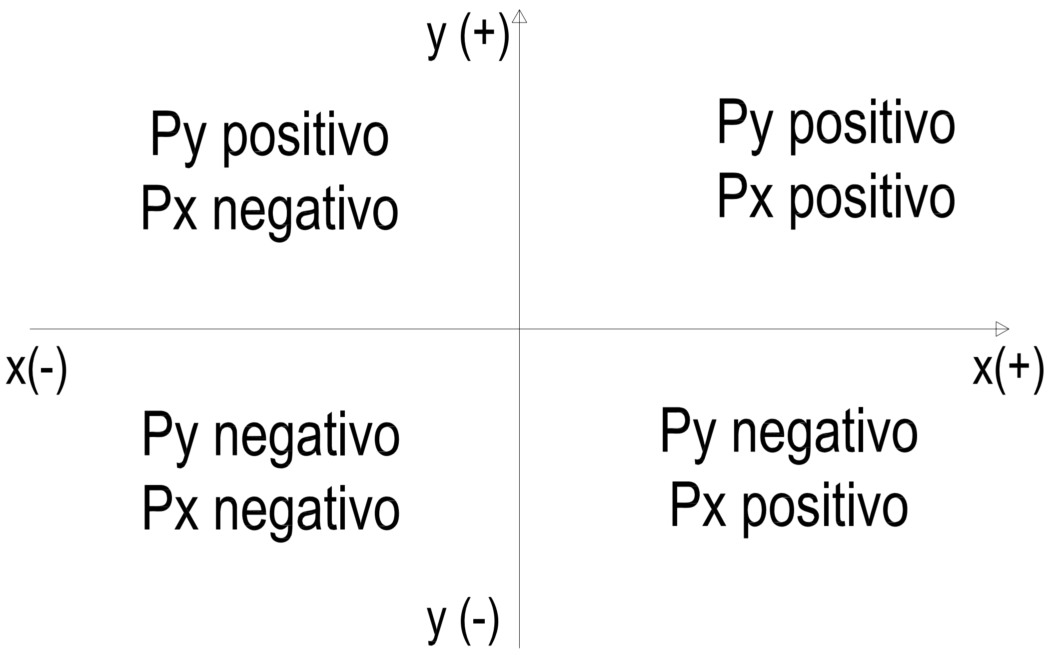


La proyección ortogonal de las fuerzas se realizara según las ecuaciones (1).
En el uso de estas ecuaciones se pueden dar diferentes datos y en consecuencia diferentes incógnitas.
Así conocida P, que nos queda definida por intensidad, punto de aplicación, sentido y dirección, o sea:

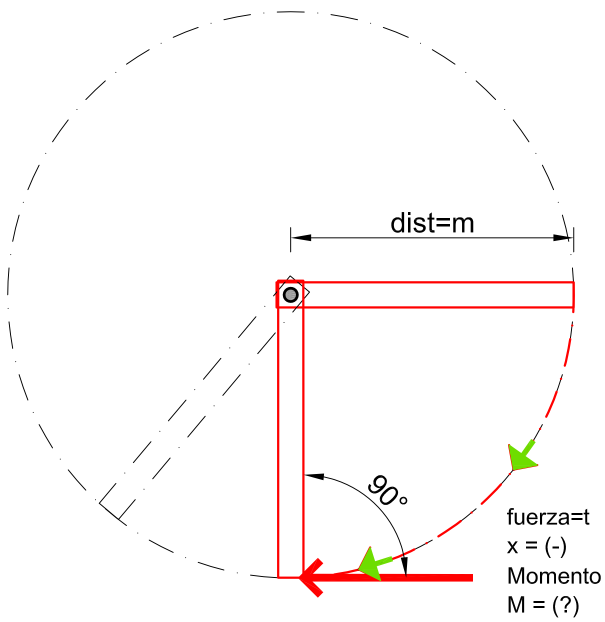
DATOS	INCOGNITAS
P y α	Px y Py

Podremos obtener las incógnitas que son los valores de las proyecciones.
En cuanto a los ángulos trabajaremos entre 0º y 90º de manera que para definir el signo de las proyecciones veremos su ubicación en el cuadrante que le corresponda.

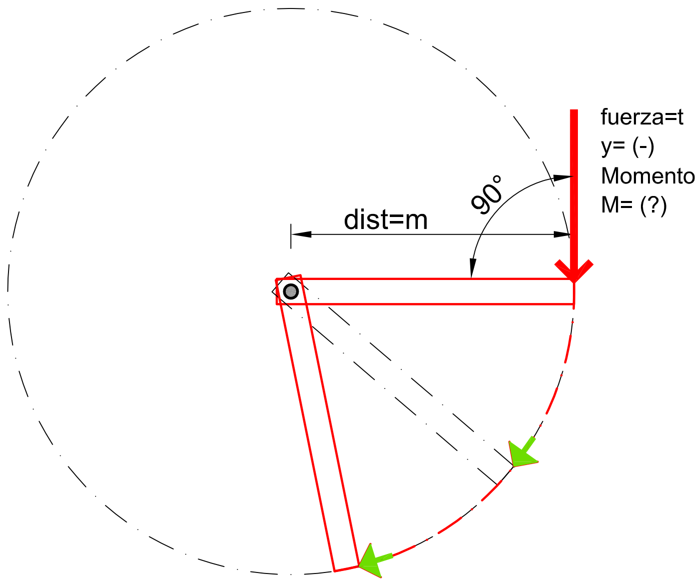
Dibujo nº 15



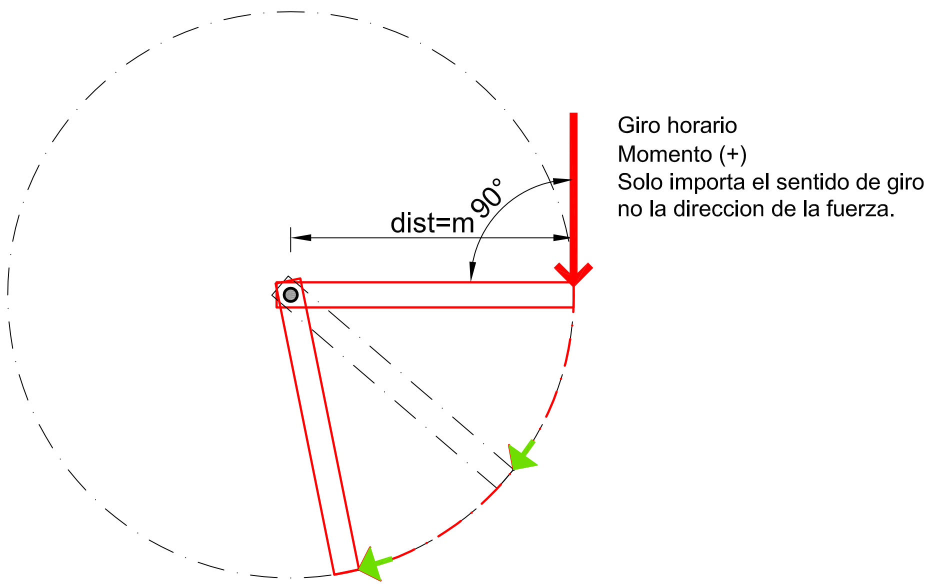
MOMENTO = FUERZA * DISTANCIA = m * t



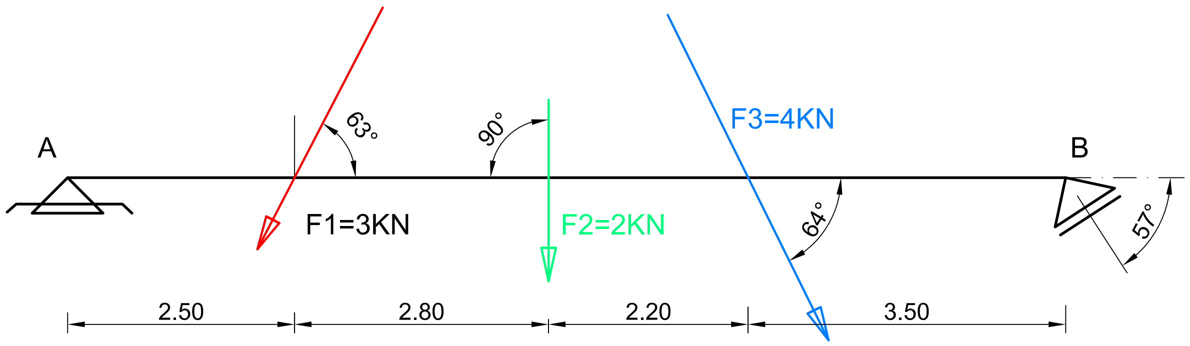
MOMENTO = FUERZA * DISTANCIA = m * t



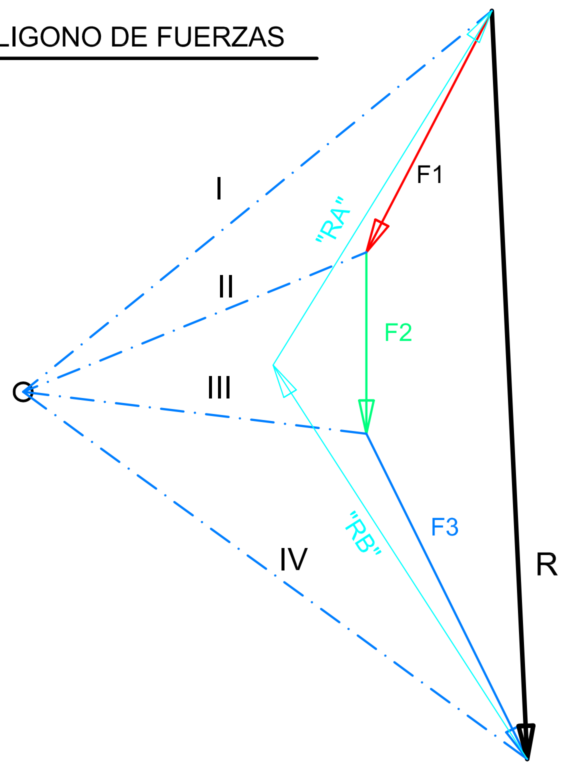
MOMENTO = FUERZA * DISTANCIA = m * t



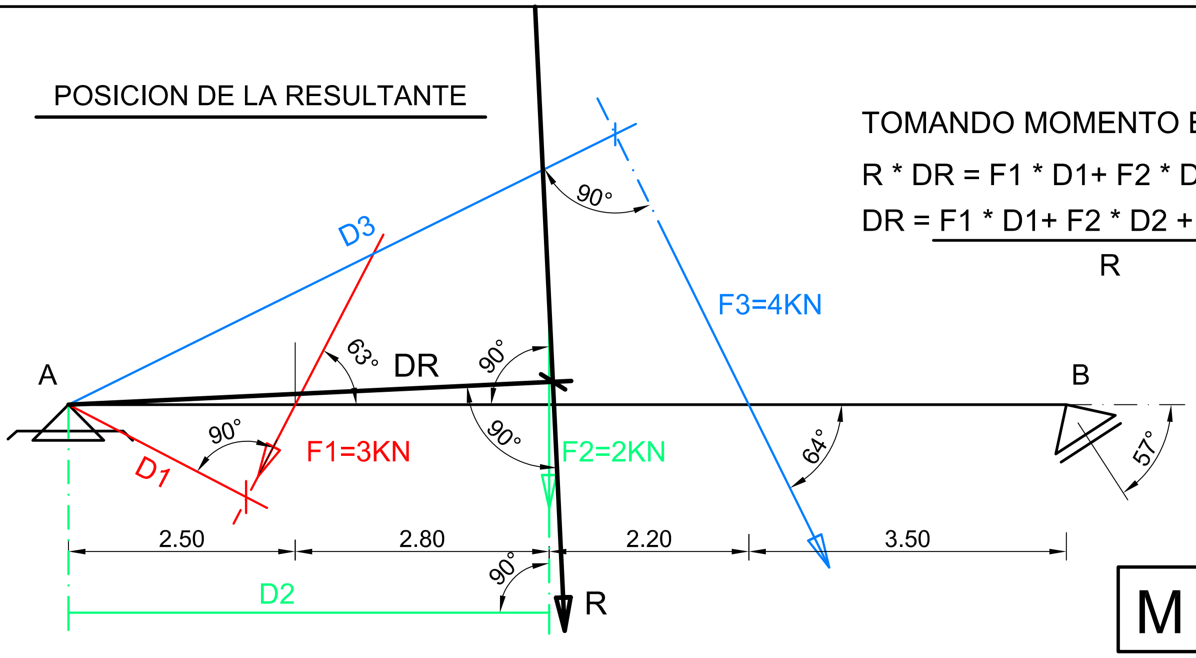
EJERCICIO Nº1



POLIGONO DE FUERZAS



POSICION DE LA RESULTANTE



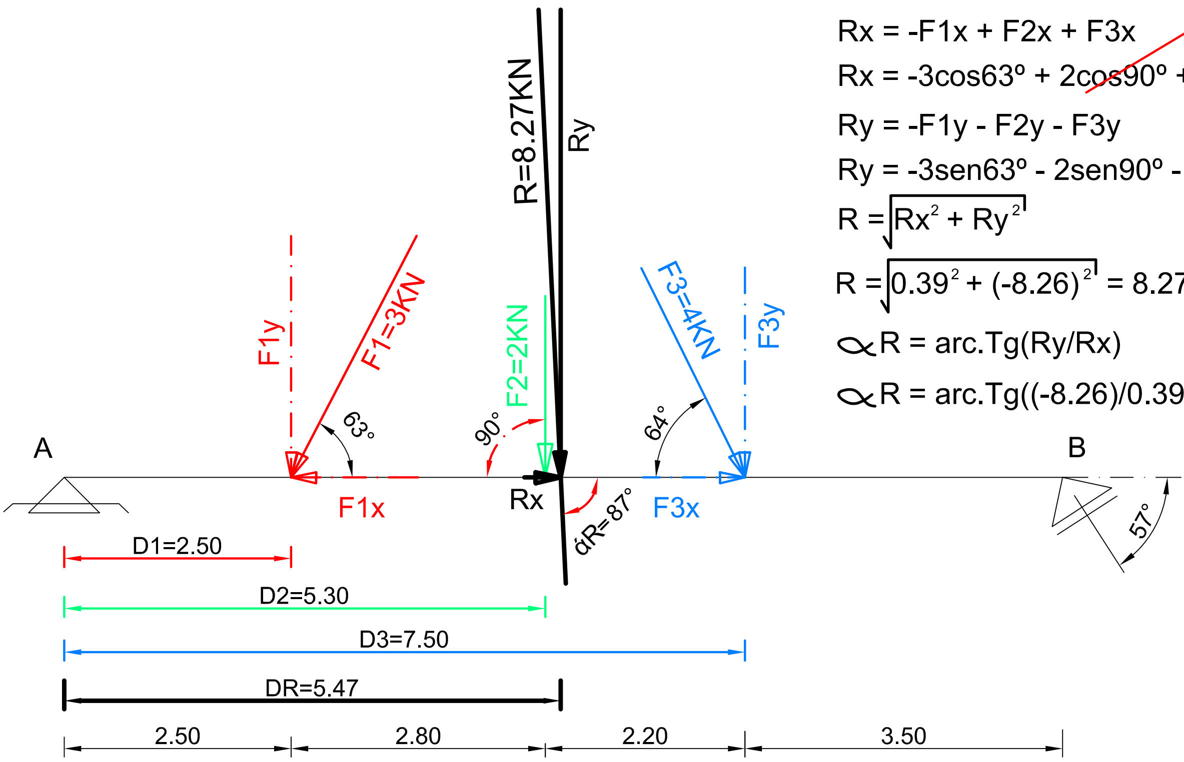
TOMANDO MOMENTO EN "A"

$$R * DR = F1 * D1 + F2 * D2 + F3 * D3$$

$$DR = \frac{F1 * D1 + F2 * D2 + F3 * D3}{R}$$

$$\boxed{M = F \times D}$$

POSICION DE LA RESULTANTE POR COMPONENTES VERTICALES



"0"

$Rx = -F1x + F2x + F3x$

$Rx = -3\cos63° + 2\cos90° + 4\cos64° = 0.39KN$

$Ry = -F1y - F2y - F3y$

$Ry = -3sen63° - 2sen90° - 4sen64° = -8.26KN$

$R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2}$

$R = \sqrt{0.39^2 + (-8.26)^2} = 8.27KN$

$\alpha R = arc.Tg(Ry/Rx)$

$\alpha R = arc.Tg((-8.26)/0.39) = -87.3°$

F1y = 3.sen63º

F1x = 3.cos63º

F2y = 2.sen90º=2

F2x = 2.cos63º=0

F3y = 4.sen64º

F3x = 4.cos64º

TOMANDO MOMENTO EN "A"

$$Ry * DR = F1y * D1 + F2y * D2 + F3y * D3$$

$$DR = \frac{F1y * D1 + F2y * D2 + F3y * D3}{Ry}$$

UTILIZAMOS UNICAMENTE LAS COMPONENTES
VERTICALES PORQUE LAS COMPONENTES HORIZONTALES
PASAN POR EL PUNTO "A" y EL MOMENTO QUE PRODUCEN ES = "0".